

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 8 класса**

**Направление: Математика  
Вариант 1**

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Вычислить: $\left(\sqrt{10+5\sqrt{3}} - \sqrt{10-5\sqrt{3}}\right)^2$	10	10
2	Цену товара сначала повысили на 10 %, а потом полученную цену снизили на 10 %. Увеличилась или уменьшилась цена товара относительно первоначальной, и на сколько процентов?	Ум. на 1%	5
3	Решить уравнение: $x^2 + 4 x+1  - 8 = 0$	$-2+\sqrt{8}; -2$	5
4	Моторная лодка, скорость которой в стоячей воде 10 км/ч, прошла некоторое расстояние против течения реки. Время движения лодки оказалось в 1.5 раза меньше времени плота, который проплыл это же расстояние по течению реки. Найти скорость течения реки.	4км/ч	5
5	В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки длиной 5 и 12 см. Найти катеты треугольника.	8 и 15 см	20
6	Решить неравенство: $x \leq \frac{4}{2-x} + 6$ .	$(-\infty; 2); \{4\}$	10
7	Мяч брошен вертикально вверх с начальной скоростью 28 м/с. Зависимость расстояния $h$ ( в метрах) от мяча до поверхности земли от времени полета выражается формулой $h = 28t - 5t^2$ . Какой наибольшей высоты достигнет мяч?	39.2 м	10
8	В прямоугольной трапеции меньшее основание равно 4 см и составляет с меньшей диагональю угол в $45^\circ$ . Найти площадь трапеции, если ее тупой угол $135^\circ$ .	24 кв.см	10
9	Решить систему неравенств: $\begin{cases}  x-5  \leq 3 \\  x-4  \geq 2 \end{cases}$ .	$\{2\}; [6; 8]$	10
10	Решить уравнение $a^2x + 5a - 2(3x + 2) = -5x + a^2$ в зависимости от значений параметра $a$ .	$x \in R$ при $a = 1$ реш. нет при $a = -1$ $x = \frac{a-4}{a+1}, a \neq \pm 1$	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 8 класса**

**Направление: Математика  
Вариант 2**

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Вычислить: $\left(\sqrt{11+6\sqrt{2}} - \sqrt{11-6\sqrt{2}}\right)^2$	8	10
2	Цену товара сначала повысили на 15%, а потом полученную цену снизили на 20%. Увеличилась или уменьшилась цена товара относительно первоначальной, и на сколько процентов?	Ум. на 8%	5
3	Решить уравнение: $x^2 + 2 x-1  - 2 = 0$	$-1+\sqrt{5}; 0$	5
4	Моторная лодка прошла некоторое расстояние по реке со скоростью течения 3 км/ч и вернулась обратно. Найти скорость лодки в стоячей воде, если известно, что время движения лодки против течения реки в два раза больше времени ее движения по течению.	9 км/ч	5
5	В прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см вписан квадрат, имеющий с треугольником общий прямой угол. Найти периметр квадрата.	96/7 см	20
6	Решить неравенство: $x + 1 \geq \frac{4}{3-x}$ .	$(3; +\infty); \{1\}$	10
7	Мяч брошен вертикально вверх с начальной скоростью 24 м/с. Зависимость расстояния $h$ (в метрах) от мяча до поверхности земли от времени полета выражается формулой $h = 24t - 5t^2$ . Какой наибольшей высоты достигнет мяч?	28.8 м	10
8	В трапеции $ABCD$ $AD$ – большее основание, угол $D=60^\circ$ . Биссектрисы углов $C$ и $D$ пересекаются в точке $O$ . $OD=6$ см, $BC=4$ см, $AD=10$ см. Найти площадь трапеции.	42 кв.см	10
9	Решить систему неравенств: $\begin{cases}  x-3  \leq 2 \\  x-2  \geq 1 \end{cases}$	$\{1\}; [3;5]$	10
10	Решить уравнение $a^2x - 2a - 3(x-1) = -2x + a^2$ в зависимости от значений параметра $a$ .	$x \in R$ при $a = 1$ реш. нет при $a = -1$ $x = \frac{a+3}{a+1}, a \neq \pm 1$	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 8 класса**

**Направление: Математика  
Вариант 3**

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Вычислить: $\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^2$	16	10
2	Цену товара сначала повысили на 20 %, а потом полученную цену снизили на 15 %. Увеличилась или уменьшилась цена товара относительно первоначальной, и на сколько процентов?	Ув. на 2 %	5
3	Решить уравнение: $x^2 - 2 x-4  - 23 = 0$	5; $-1-\sqrt{32}$	5
4	Моторная лодка, скорость которой в стоячей воде 9 км/ч, прошла некоторое расстояние по реке и вернулась обратно. Найти скорость течения реки, если известно, что время движения лодки против течения реки в два раза больше времени ее движения по течению.	3 км/ч	5
5	Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 2.5 см, а один из его катетов равен 3 см. Найти радиус окружности, вписанной в этот треугольник.	1 см	20
6	Решить неравенство: $x \geq \frac{16}{1-x} - 7$ .	$\{-3\}; (1; +\infty)$	10
7	Мяч брошен вертикально вверх с начальной скоростью 22 м/с. Зависимость расстояния $h$ ( в метрах) от мяча до поверхности земли от времени полета выражается формулой $h = 22t - 5t^2$ . Какой наибольшей высоты достигнет мяч?	24.2 м	10
8	В трапеции с основаниями $AD$ и $BC$ диагонали пересекаются в точке $O$ , которая удалена от прямой $CD$ на 4 см. Найти площадь треугольника $AOB$ , если сторона $CD$ равна 8 см.	16 кв.см	10
9	Решить систему неравенств: $\begin{cases}  x-1  \leq 3 \\  x-2  \geq 2 \end{cases}$ .	$[-2; 0]; \{4\}$	10
10	Решить уравнение $a^2x + 5a - 6(x+1) = -2x + a^2$ в зависимости от значений параметра $a$ .	$x \in R$ при $a = 2$ реш. нет при $a = -2$ $x = \frac{a-3}{a+2}$ , $a \neq \pm 2$	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 9 класса

Направление: Математика  
Вариант 1

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Упростить или вычислить: $\sqrt{6} + \sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{11 - \sqrt{120}}}$	0	5
2	Решить неравенство: $(8 - x)(1 + x)^2(x - 10) < 0$	$(-\infty; -1);$ $(-1; 8); (10; +\infty)$	5
3	Найти уравнение параболы $y = ax^2 + bx + c$ с вершиной в точке $(-1; 3)$ , пересекающей ось $OY$ в точке с ординатой 2.	$y = -x^2 - 2x + 2$	5
4	Решить уравнение: $x(x + 4)(x + 5)(x + 9) + 96 = 0$	$-1; -8; (-9 \pm \sqrt{33})/2$	15
5	В равнобедренном треугольнике с основанием $\sqrt{10}$ см и боковыми сторонами равными 4 см найти медиану, проведенную к боковой стороне.	3 см	10
6	При покупке машины в рассрочку покупатель заплатил дилеру половину стоимости машины, а вторую половину должен выплачивать по 20% от нее ежемесячно. Какая часть стоимости машины будет выплачена через 3 месяца?	0.8	5
7	Решить систему уравнений: $\begin{cases} x^2 + y^2 - 3xy + 4x + 4y = -9 \\ xy - 3x - 3y = 7 \end{cases}$	$(-1; -1)$	15
8	Баржа была разгружена с помощью двух подъемных кранов за 15 часов, причем первый кран работал только 8 часов. Первый кран один может разгрузить баржу на 5 часов быстрее, чем второй, работая отдельно. З сколько времени может разгрузить баржу второй кран?	25 ч	10
9	В прямоугольнике $ABCD$ стороны $AB = 4$ см, $BC = 6$ см, и $BE \perp AC$ . Через точку $E$ проведена прямая, параллельная $AD$ , до пересечения в точке $F$ со стороной $CD$ . Найти величину отрезка $EF$ .	54/13 см	10
10	При каких значениях параметра $a$ система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2a \\ (x + y)^2 = 14 \end{cases}$ имеет два решения.	3.5	20

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 9 класса

Направление: Математика  
Вариант 2

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Упростить или вычислить: $\sqrt{7} - \sqrt{2} - \frac{5}{\sqrt{9 + \sqrt{56}}}$	0	5
2	Решить неравенство: $(x-5)(x^2-25)(3x^2-x+2) \leq 0$	$(-\infty; -5]; \{5\}$	5
3	Найти уравнение параболы $y = ax^2 + bx + c$ с вершиной в точке $(-1; 1)$ , пересекающей ось $OY$ в точке с ординатой 3.	$y = 2x^2 + 4x + 3$	5
4	Решить уравнение: $x(x+3)(x+5)(x+8) + 56 = 0$	$-1; -7; -4 \pm \sqrt{8}$	15
5	В равнобедренном треугольнике медиана к боковой стороне равна 3 см. Найти основание треугольника, если его боковые стороны равны 4 см.	$\sqrt{10}$ см	10
6	При покупке квартиры в рассрочку клиент заплатил застройщику половину стоимости квартиры, а вторую половину должен выплачивать по 8% от нее ежегодно. Какая часть стоимости квартиры будет выплачена через 3 года?	0.62	5
7	Решить систему уравнений: $\begin{cases} y^2 - 2xy - 3x^2 = 0 \\ y^2 - xy - 2x^2 = 4 \end{cases}$	$(-1; -3); (1; 3)$	15
8	Бассейн наполняется двумя трубами за 10 часов. За сколько часов бассейн наполнит первая труба, если она это делает на 15 часов быстрее, чем вторая?	15 ч	10
9	Катеты прямоугольного треугольника 3 и 4 см. Найти расстояние от точки пересечения медиан до гипотенузы.	0.8 см	19
10	При каких значениях параметра $a$ система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ (x+y)^2 = 36 \end{cases}$ имеет два решения?	18	20

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 9 класса

Направление: Математика  
Вариант 3

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Упростить или вычислить: $\sqrt{5} - \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{8 + \sqrt{60}}}$	0	5
2	Решить неравенство: $(7 - x)(x - 1)^2(x^2 - 8x + 16) \leq 0$	$\{1\}; \{4\}; [7; +\infty)$	5
3	Найти уравнение параболы $y = ax^2 + bx + c$ с вершиной в точке (1;2), пересекающей ось $OY$ в точке с ординатой 5.	$y = 3x^2 - 6x + 5$	5
4	Решить уравнение: $(x - 4)(x - 3)(x - 2)(x - 1) = 24$	0;5	15
5	В равнобедренном треугольнике основание равно $4\sqrt{2}$ см, а медиана к боковой стороне равна 5 см. Найти боковые стороны треугольника.	6 см	10
6	При покупке товара в рассрочку выплачивается сразу половина стоимости, а вторая половина выплачивается по 5% от нее ежемесячно. Какая часть стоимости товара будет выплачена через 8 месяцев?	0.7	5
7	Решить систему уравнений: $\begin{cases} x^2 + 3xy - 3y^2 = 1 \\ 2x^2 - xy + y^2 = 2 \end{cases}$	$(1;0); (1;1); (-1;0); (-1;-1)$	15
8	Бак наполняется двумя трубами за 2 часа. За сколько часов бак наполнит первая труба, если она это делает на 3 часа быстрее, чем вторая?	3 ч	10
9	Площадь треугольника $ABC$ 12 кв. см. Медианы $AE$ и $CD$ пересекаются в точке $O$ , угол $AOC$ равен $150^\circ$ , а $AE = 3$ см. Найти $CD$ .	12 см	10
10	При каких значениях параметра $a$ система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ (x - y)^2 = 16 \end{cases}$ имеет два решения?	8	20

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 10 класса

Направление: Математика  
Вариант 1

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Книга до подорожания стоила на 20% меньше, чем сейчас. На сколько процентов подорожала книга?	25%	5
2	Упростить: $\sqrt[5]{\frac{x^2}{y}} \cdot \frac{\sqrt[10]{x^6 y^2}}{y^{-2}}$ .	$xy^2$	10
3	Поезд вышел со станции А по направлению к станции В, расстояние между которыми 600 км. Пройдя 450 км, поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 15 км/ч, привел его на станцию В без опоздания. Найдите начальную скорость поезда.	60 км/ч	5
4	Решить уравнение: $\sqrt{\frac{x+1}{x-2}} + 2\sqrt{\frac{x-2}{x+1}} = 3$ .	3	10
5	Произведение первого и пятого членов положительной геометрической прогрессии равно 4, частное от деления второго члена на четвертый равно 3. Найти третий член.	2	10
6	Решить уравнение: $\cos x + \cos 2x = \sin x + \sin 2x$ .	$\pi + 2\pi k$ ; $\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3}$	15
7	Внутри круга, радиус которого равен 13 см, дана точка М, отстоящая от центра круга на 5 см. Через точку М проведена хорда АВ = 25 см. Определить длину отрезков, на которые хорда АВ делится точкой.	9 и 16 см	10
8	Решить систему: $\begin{cases} x^2 + xy + 4y^2 = 7; \\ 3x^2 + 8y^2 = 14. \end{cases}$	$(0; \sqrt{7}/2)$ ; $(0; -\sqrt{7}/2)$ ; $(2\sqrt{0.7}; \sqrt{0.7})$ ; $(-2\sqrt{0.7}; -\sqrt{0.7})$	10
9	Решить неравенство: $ x-3  -  x-1  \leq x$ .	$[4/3; +\infty)$	10
10	Найти все значения параметра р, при которых уравнение $p \cdot 2^x + 2^{-x} = 5$ имеет единственное решение.	$(-\infty; 0]$ ; $\{25/4\}$	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 10 класса**

**Направление: Математика  
Вариант 2**

№	Задание	Ответ	Баллы
1	На склад привезли тонну продукта, влажность которого составляла 98%. На следующий день процент влажности уменьшился на 2 единицы (влажность стала составлять 96%). Сколько стал весить продукт?	500 кг	5
2	Упростить: $\sqrt{\frac{x^3 \sqrt{y}}{\sqrt[3]{y^2}}} : \sqrt[4]{\frac{\sqrt[3]{y^2}}{x^{-6}}}$ .	$y^{-\frac{1}{4}}$	10
3	Расстояние между двумя станциями железной дороги 96 км. Первый поезд проходит это расстояние на 40 мин. скорее, чем второй. Скорость первого поезда больше скорости второго на 12 км/час. Определить скорость обоих поездов.	36 и 48 км/ч	5
4	Решить уравнение: $\sqrt{1+\frac{8}{x-1}} - 3\sqrt{1-\frac{8}{x+7}} - 2=0$ .	2	10
5	Найти сумму членов арифметической прогрессии с 11-го по 25-й член включительно, если третий ее член $a_3 = 4$ , а пятый $a_5 = 8$ .	510	10
6	Решить уравнение: $\cos x - \sin 3x = \cos 3x - \sin x$ .	$\pi k; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$	15
7	Расстояние между центрами двух окружностей, с радиусами 17 см и 10 см, равно 21 см. Определить расстояние центров от точки, в которой прямая центров пересекается с общей касательной окружностей.	30 и 51 см	10
8	Решить систему: $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 75 \\ x^2 - xy + y^2 = 25 \end{cases}$ .	(5;5); (-5;-5)	10
9	Решить неравенство: $ x+1  +  x-2  > 5$ .	$(-\infty-2);(3;\infty)$	10
10	Найти все значения параметра $p$ , при которых уравнение $p \cdot 3^x + 4 \cdot 3^{-x} = 2$ имеет единственное решение.	$(-\infty-0];\{1/4\}$	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 10 класса

Направление: Математика  
Вариант 3

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Площадь первого поля на 40% больше площади второго. Вася вспахал 60 % первого поля. Какую часть работы проделал Вася, если ему надо было вспахать оба поля? ( ответ дать в процентах)	35%	5
2	Упростить: $\sqrt[3]{\frac{xy^{-1}}{\sqrt{x}}} : \sqrt{\frac{\sqrt[3]{x}}{y}}$ .	$y^{\frac{1}{6}}$	10
3	Из города $M$ в город $N$ в 5 ч утра вышел товарный поезд. Через полтора часа вслед за ним вышел пассажирский, скорость которого на 5 км/ч больше скорости товарного поезда. В 21 ч 30 мин того же дня пассажирский обогнал товарный на 21 км. Найдите скорость товарного поезда.	36 км/ч	5
4	Решить уравнение: $\sqrt{1 - \frac{3}{x-2}} + 2\sqrt{1 + \frac{3}{x-5}} = 3$ .	1	10
5	Найти сумму всех положительных четных двузначных чисел, делящихся на 3 нацело.	810	10
6	Решить уравнение: $\cos 3x + \cos x = 1 + \cos 2x$ .	$\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{2\pi k}{3}$	15
7	Из одной точки проведены к окружности две касательные. Длина каждой касательной 13 см, а расстояние между точками касания 24 см. Найти радиус окружности.	31.2 см	10
8	Решить систему: $\begin{cases} x^2 y + xy^2 = 12 \\ xy + x + y = 7 \end{cases}$ .	(1;3);(3;1)	10
9	Решить неравенство: $ x-1  +  2-x  > 3+x$ .	$(-\infty; 0); (6; +\infty)$	10
10	При каких действительных значениях параметра $a$ уравнение $(a-1) \cdot 3^{2x} - (2a-1) \cdot 3^x - 1 = 0$ имеет два различных корня?	$(-\infty; 0); (0; 1/2)$	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 10 класса

Направление: Математика  
Вариант 4

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Ребро куба уменьшили на 40%. На сколько процентов уменьшился его объем?	78.4%	5
2	Упростить: $\sqrt{\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}} : \frac{\sqrt[6]{b^5}}{\sqrt[4]{a^{-3}}}$ .	$1/b$	10
3	Автобус должен был проехать 120 км от пункта А до пункта В за определенное время. Но он задержался с выездом на 20 мин. и, чтобы приехать в пункт В по расписанию, увеличил скорость на 12 км/час. С какой скоростью ехал автобус?	72 км/ч	5
4	Решить уравнение: $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} = \frac{3}{2}$ .	$5/3$	10
5	Сумма третьего и девятого членов арифметической прогрессии равна 8. Найти сумму 11 первых членов этой прогрессии.	44	10
6	Решить уравнение: $\sin 7x - \sin x = \cos 4x$ .	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4};$ $(-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$	15
7	Через концы хорды, длина которой равна 30 см, проведены две касательные до пересечения в точке А. Найти расстояние от точки А до хорды, если радиус окружности равен 17 см.	28.125 см	10
8	Решить систему: $\begin{cases} x^2 y + xy^2 = 240; \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12}. \end{cases}$	$(-12; 2);$ $(2; -12);$ $(4; 6); (6; 4)$	10
9	Решить неравенство: $ x-3  -  x+5  + x < 0$ .	$(-\infty; -8);$ $(-2; 8)$	10
10	Найти все значения параметра $p$ , при которых уравнение $p \cdot 5^x + 6 \cdot 5^{-x} = 4$ имеет единственное решение.	$(-\infty; 0);$ $\{2/3\}$	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 10 класса**

**Направление: Математика  
Вариант 5**

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Один насос выкачал из бассейна 25% воды, а другой 20% оставшейся воды. Какую часть воды выкачали оба насоса? (ответ дать в процентах)	40%	5
2	Упростить: $\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{ab}}} \cdot \left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^{-1}$ .	$\sqrt[3]{\frac{b}{a}}$	10
3	По расписанию автобус проезжает расстояние между пунктами А и В за 3 часа. Поехав 2 часа с намеченной скоростью, автобус был вынужден снизить скорость на 10 км/час из-за плохого состояния дороги, в результате чего он прибыл в пункт В с опозданием на 12 минут. Найти первоначальную скорость автобуса.	60 км/ч	5
4	Решить уравнение: $\sqrt{\frac{4x-4}{x+2}} - 3 = 4\sqrt{\frac{x+2}{4x-4}}$ .	-3	10
5	Найти пятый член геометрической прогрессии, если ее знаменатель равен 0,25, а третий член равен 2.	1/8	10
6	Решить уравнение: $\cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x = \sin 6x$ .	$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3};$ $(-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$	15
7	Концы диаметра удалены от касательной на 1,6 и на 0,6 см. Найти длину диаметра.	2.2 см	10
8	Решить систему: $\begin{cases} xy + x + y = -1 \\ x^2 y + xy^2 = -2 \end{cases}$ .	(-1;-1);(2;-1); (-1;2)	10
9	Решить неравенство: $ x+2  -  x-1  < x - \frac{3}{2}$ .	(4.5; +∞)	10
10	При каких положительных значениях параметра $p$ уравнение $9^{x+1} + 3^{x+2} = 9p^2 - 3p - 2$ имеет решения в интервале $(0; +\infty)$ ?	(-∞; -4/3); (5/3; +∞)	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 11 класса

Направление: Математика  
Вариант 1

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Вычислить: $\sin\left(2\arcsin\frac{12}{13}\right)$ .	120/169	5
2	Нектар содержит 75% воды, а полученный из него мед 15% воды. Сколько надо взять нектара, чтобы получить 4 кг меда?	13.6 кг	10
3	В прямоугольной трапеции $ABCD$ углы $A$ и $B$ прямые, острый угол $D$ равен $\arctg\frac{2}{3}$ . Верхнее основание $BC$ в два раза меньше нижнего основания и одновременно на 2 см больше боковой стороны $AB$ . Найти радиус окружности, вписанной в треугольник $ACD$ .	$12/(\sqrt{13}+3)$	15
4	Решить уравнение: $4\cos^2\left(\frac{\pi+x}{2}\right) - 3\cos(x+\pi) = 2,5$ .	$\pm\pi/3+2\pi k$	10
5	Решить систему: $\begin{cases} 3^{2x} - 2^y = 725 \\ 3^x - 2^{\frac{y}{2}} = 25 \end{cases}$ .	(3;2)	5
6	Решить неравенство: $\log_x \log_5(25^x - 20) \geq 1$ .	$(\log_{25} 21; 1); (1; +\infty)$	15
7	Решить уравнение: $\sqrt{3x-11} - \sqrt{x-1} = 4$ .	37	10
8	Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой 5 см, и стягивающей дугу $90^\circ$ . Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол $60^\circ$ . Найти площадь боковой поверхности конуса.	$25\sqrt{10}\pi/4$	10
9	Решить неравенство: $\sqrt{7-3 x } > \frac{x}{2}$ .	$[-7/3; 2)$	5
10	При каких значениях параметра $a$ уравнение $3 - 2\cos x = a(1 + \operatorname{tg}^2 x)$ имеет хотя бы один корень?	(0;5]	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 11 класса

Направление: Математика  
Вариант 2

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Вычислить: $\cos\left(2\arcsin\frac{7}{25}\right)$ .	527/625	5
2	Виноград содержит 85% воды, а полученный из него изюм 10% воды. Сколько изюма получится из 36 кг винограда?	6 кг	10
3	В прямоугольной трапеции $ABCD$ углы $A$ и $B$ прямые, острый угол $D$ равен $\arctg\frac{2}{3}$ . Верхнее основание $BC$ в два раза меньше нижнего основания и одновременно на 2 см больше боковой стороны $AB$ . Найти радиус окружности, описанной около треугольника $ACD$ .	6.5 см	15
4	Решить уравнение: $2\cos^2(\pi + x) = 2 - 3\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ .	$\pi k$	10
5	Решить систему: $\begin{cases} y^2 = 4^x + 8 \\ 2^{x+1} + y + 1 = 0 \end{cases}$	(0;-3)	5
6	Решить неравенство: $\log_x \log_3(9^x - 6) \geq 1$ .	$(\log_9 7; 1); (1; +\infty)$	15
7	Решить уравнение: $\sqrt{2x-7} - \sqrt{x-3} = 2$ .	28	10
8	Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой 5 см, и стягивающей дугу $90^\circ$ . Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол $60^\circ$ . Найти объем конуса.	$125\sqrt{3}\pi/12$ куб см	10
9	Решить неравенство: $\sqrt{8-7 x } > x$ .	$[-8/7; 1)$	5
10	При каких значениях параметра $a$ уравнение $3\cos 2x + \frac{2a}{\sin x} = -17$ имеет хотя бы один корень?	$[-7; 0); (0; 7]$	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 11 класса

Направление: Математика  
Вариант 3

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Вычислить: $\sin\left(2\arccos\frac{12}{13}\right)$ .	120/169	5
2	Свежие грибы содержат 90% воды, а сухие 12% воды. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих?	2.5 кг	10
3	В прямоугольной трапеции $ABCD$ углы $A$ и $B$ прямые, острый угол $D$ равен $\arctg\frac{2}{3}$ . Верхнее основание $BC$ в два раза меньше нижнего основания и одновременно на 2 см больше боковой стороны $AB$ . Найти радиус окружности, вписанной в треугольник $ABC$ .	$5-\sqrt{13}$ см	15
4	Решить уравнение: $2\cos^2(x+\pi)+3\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=0$ .	$(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+k$	10
5	Решить систему: $\begin{cases} y^x = 5^{18}; \\ x - \log_5 y = 7. \end{cases}$	$(9;25);$ $(-2;1/(5^9))$	5
6	Решить неравенство: $\log_x \log_2(4^x - 56) \leq 1$ .	$(\log_4 57; 3]$	15
7	Решить уравнение: $\sqrt{2x-7} - \sqrt{x-3} = 2$ .	28	10
8	Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой 5 см, и стягивающей дугу $90^\circ$ . Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол $60^\circ$ . Найти площадь сечения.	12.5 кв см	10
9	Решить неравенство: $\sqrt{5-4 x } > x$ .	$[-5/4; 1)$	5
10	При каких значениях параметра $a$ уравнение $7 - 2\cos x = a(1 + \operatorname{tg}^2 x)$ имеет хотя бы один корень?	$(0; 9]$	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 11 класса

Направление: Математика  
Вариант 4

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Вычислить: $\cos\left(2\arcsin\frac{24}{25}\right)$ .	-527/625	5
2	Виноград содержит 85% воды, а полученный из него изюм 10% воды. Сколько надо взять винограда, чтобы получить 6 кг изюма?	36 кг	10
3	В трапеции $ABCD$ длины меньшего основания $BC$ и боковых сторон $AB$ и $CD$ равны 3 см. Найти длину основания $AD$ , если известно, что диагонали трапеции образуют между собой угол, равный $60^\circ$ .	6 см	15
4	Решить уравнение: $2\cos\left(\frac{3}{2}\pi + 4x\right) + 3\cos\left(\frac{\pi}{2} - 8x\right) = 0$ .	$\frac{\pi k}{4}; \pi \mp \arccos\frac{1}{3}$	10
5	Решить систему: $\begin{cases} \log_x y + \log_y x = \frac{5}{2}; \\ \log_3 x + \log_3 y = 3. \end{cases}$	(3;9);(9;3)	5
6	Решить неравенство: $\log_x \log_3(9^x - 72) \leq 1$ .	$(\log_9 73; 2]$	15
7	Решить уравнение: $\sqrt{5x+6} - \sqrt{x+2} = 2$ .	2	10
8	Через вершину конуса проведена плоскость пересекающая основание по хорде, стягивающей дугу в $90^\circ$ . Найти площадь боковой поверхности конуса, если образующая равна 10 см, а угол в сечении при вершине равен $60^\circ$	$50\sqrt{2}\pi$ кв см	10
9	Решить неравенство: $\sqrt{5- x } > 2x$ .	$[-5;1)$	5
10	При каких значениях параметра $a$ уравнение $\cos 2x + \frac{a}{\sin x} = -7$ имеет хотя бы один корень?	$[-6;0);(0;6]$	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

Оборонно-техническая олимпиада (II этап) 2023 г.  
для 11 класса

Направление: Математика  
Вариант 5

№	Задание	Ответ	Баллы
1	Вычислить: $\cos\left(2\arccos\frac{3}{5}\right)$ .	-7/25	5
2	Свежие грибы содержат 90% воды, а сушеные 12% воды. Сколько надо взять свежих грибов, чтобы получить 2.5 кг сушеных?	22 кг	10
3	В прямоугольной трапеции $ABCD$ острый угол при вершине $D$ равен $45^\circ$ , верхнее основание $BC=1$ см, диагональ $BD=5$ см. Найти площадь трапеции.	7.5 кв см	15
4	Решить уравнение: $\cos^2(4\pi + 2x) + 1,5 \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = 0$ .	$(-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$	10
5	Решить систему: $\begin{cases} \log_2 y - \log_2 x + 2 = 0; \\ 4(\log_y x - 1) = \log_y x + 1. \end{cases}$	(32; 8)	5
6	Решить неравенство: $\log_x(\log_2(4^x - 6)) \leq 1$ .	$(\log_4 7; \log_2 3]$	15
7	Решить уравнение: $\sqrt{10+x} - \sqrt{19-3x} = 3$ .	6	10
8	Через вершину конуса проведена плоскость пересекающая основание по хорде, стягивающей дугу в $90^\circ$ . Найти объем конуса, если образующая равна 10 см, а угол в сечении при вершине равен $60^\circ$	$250\sqrt{2}\pi/3$ куб см	10
9	Решить неравенство: $\sqrt{2-2 x } > 2x$ .	$[-1; 1/2)$	5
10	При каких значениях параметра $a$ уравнение $9 + 4\sin x = a(1 + \operatorname{ctg}^2 x)$ имеет хотя бы один корень?	$(0; 13]$	15

**Указания:**

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной дроби или в виде конечной десятичной дроби.

Не использовать приближенные значения десятичных дробей, иррациональных чисел и чисел  $\pi$ ,  $e$ .

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».