

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**  
**БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**  
**Оборонно-техническая олимпиада 2020-2021 (II этап)**  
**для 8 класса**  
**Направление: Математика**  
**Вариант: 1**

№	Задача	Ответ	Балл
1	Решите уравнение $(x^2 - 2x + 3)^2 - 5(x^2 - 2x + 2) + 1 = 0$	{0; 1; 2}	10
2	Решите уравнение $ 2x - y - 3  +  x + 5y - 7  = 0$	{(2; 1)}	10
3	Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 10, \\ \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2,5 \end{cases}$	{(2; 8); (8; 2)}	20
4	К задуманному двузначному числу, оканчивающемуся нулем, приписали справа это же число. Из нового числа вычли квадрат задуманного числа. Разность разделили на 4% от квадрата задуманного числа. В частном получилась половина задуманного числа, а в остатке задуманное число. Какое число задумано?	50	20
5	В фигуру, ограниченную параболой $y = -x^2 + 10x - 11$ и осью $Ox$ , поместили прямоугольник, две вершины которого лежат на параболе, а две другие – на оси $Ox$ . Найдите наибольший из периметров, который может иметь такой прямоугольник.	30	15
6	Сколькими способами число 2021 можно представить в виде разности двух квадратов натуральных чисел?	2 способа: $(45^2 - 2^2)$ ; $(1011^2 - 1010^2)$	25

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**  
**БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**  
**Оборонно-техническая олимпиада 2020-2021 (II этап)**  
**для 9 класса**  
**Направление: Математика**  
**Вариант: 1**

№	Задача	Ответ	Балл
1	Решите уравнение $\sqrt{4x+9} - \sqrt{11x+1} - \sqrt{7x+4} = 0$	{0}	10
2	Найдите все такие значения $x$ , при которых значение хотя бы одной из данных функций не больше 0: $f(x) = \frac{x^4 - 18x^2 + 81}{x^2 + 10x + 24}, \quad g(x) =  x - 5  - 1$	$(-6; -4) \cup \{-3; 3\} \cup [4; 6]$	15
3	Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x^2 + 2xy + y^2 = 4, \\ 3x^2 + 3xy + 2y^2 = 2 \end{cases}$	$\left\{ (-1; 1); (1; -1); \left(-\frac{3\sqrt{10}}{10}; \frac{\sqrt{10}}{10}\right); \left(\frac{3\sqrt{10}}{10}; -\frac{\sqrt{10}}{10}\right) \right\}$	20
4	Студент снял квартиру с условием, что оплата за каждый следующий месяц уменьшается на одну и ту же величину, по сравнению с предыдущим. Известно, что за первые три месяца он заплатил 471 доллар, за последние три месяца он заплатил 435 долларов. На сколько месяцев он может снять квартиру, если у него всего 1661 доллар?	$n = 11$	20
5	Решите уравнение $(x+7)(x+1)(x+3)(x+5) = -15$	$\{-6; -2; -4 \pm \sqrt{6}\}$	10
6	Найдите все пары $(a; b)$ , при которых равносильны неравенства: $x^2 - x(3-a) - 3a \leq 0 \quad \text{и} \quad  x-2  \leq b$	$a = -1; b = 1$	25

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**  
**БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**  
**Оборонно-техническая олимпиада 2020-2021 (II этап)**  
**для 10-11 классов**  
**Направление: Математика**

**Вариант: 1**

№	Задача	Ответ	Балл
1	Решите уравнение $12 \arcsin^2 2x - 16\pi \arcsin 2x + 5\pi^2 = 0$	<b>0.5</b>	10
2	Решите уравнение $ x^2 + 2y^2 + 3y - 6  +  y -  2x + 4 - y   = 0$	$\{(-2; 0,5); (-1; 1)\}$	20
3	Решите неравенство $\log_{(x+1)^2}(x+3) < 1$	$(-3; -2) \cup (-2; -1)$ $\cup (-1; 0)$ $\cup (1; +\infty)$	15
4	Решите уравнение $2 \cdot 9^x - 17 \cdot 3^{\sqrt{x}+x} = 3^{2+2\sqrt{x}}$	<b>{4}</b>	20
5	В некотором городе численность населения за последний год уменьшилась на 4%, а число приезжих увеличилось на 5%. Сколько процентов от общего числа жителей составляют приезжие, если год назад их было 8%?	<b>8.75%</b>	10
6	Найдите все значения $x$ , для каждого из которых неравенство $(m+3)x^3 - (2m+3)x^2 - 6x + m^2 + 6m > 0$ выполняется хотя бы при одном значении $m$ , принадлежащем отрезку $[-3; 0]$ .	$(-\infty; -1) \cup (-1; 0)$ $\cup (2; +\infty)$	25

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**  
**БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**  
**Оборонно-техническая олимпиада 2020-2021 (II этап)**  
**для 10-11 классов**  
**Направление: Математика**

**Вариант: 2**

№	Задача	Ответ	Балл
1	Решите уравнение $36 \arcsin^2 2x + 24\pi \arcsin 2x - 5\pi^2 = 0$	$\{0, 25\}$	10
2	Решите уравнение $ x^2 + 4x + 2y^2 + 15y + 25  +  3 + y -  2x + 5 - y   = 0$	$\{(-4; -2, 5); (-3; -2)\}$	20
3	Решите неравенство $\log_{ x-1 }(6x + 21) < 2$	$(-3, 5; -2) \cup (0; 1) \cup (1; 2) \cup (10; +\infty)$	15
4	Решите уравнение $4\sqrt{x} = 2 \cdot 2\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 8 \cdot 4\sqrt[4]{x}$	$\{16\}$	20
5	В некотором институте численность студентов за последний год увеличилась на 8%, а число иногородних студентов уменьшилось на 19%. Сколько процентов от общего числа студентов составляют иногородние студенты, если год назад их было 4%?	3%	10
6	Найдите все значения $x$ , для каждого из которых неравенство $2(m + 1)x^3 + (9 - 4m)x^2 - 3x + m^2 - m - 12 > 0$ выполняется хотя бы при одном значении $m$ , принадлежащем отрезку $[-1; 4]$ .	$\left(-\infty; -\frac{10}{13}\right) \cup \left(-\frac{3}{10}; 0\right) \cup (1; +\infty)$	25

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**  
**БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**  
**Оборонно-техническая олимпиада 2020-2021 (II этап)**  
**для 10-11 классов**  
**Направление: Математика**

**Вариант: 3**

№	Задача	Ответ	Балл
1	Решите уравнение $9 \arccos^2 x - 3\pi \arccos x - 2\pi^2 = 0$	$\{-0, 5\}$	10
2	Решите уравнение $ x^2 + 2x + 2y^2 + 3y - 5  +  y -  2x + 6 - y   = 0$	$\{(-2; 1); (-3; 0, 5)\}$	20
3	Решите неравенство $\log_{(x+2)^2}(x+4) < 1$	$(-4; -3) \cup (-3; -2)$ $\cup (-2; -1)$ $\cup (0; +\infty)$	15
4	Решите уравнение $9^x - 7 \cdot 3^{\sqrt{x}+x} = 2 \cdot 9^{1+\sqrt{x}}$	$\{4\}$	20
5	На некоторой базе количество муки за последний год увеличилось на 5%, а количество муки первого сорта увеличилось на 26%. Сколько процентов от общего количества муки составляет мука первого сорта, если год назад ее было 9%?	<b>10,8%</b>	10
6	Найдите все значения $x$ , для каждого из которых неравенство $(2m - 2)x^3 + (3 - 2m)x^2 - 4x + m^2 - m - 12 > 0$ выполняется хотя бы при одном значении $m$ , принадлежащем отрезку $[1; 4]$ .	$(-\infty; -2)$ $\cup (-0, 5; 0) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$	25

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**  
**БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**  
**Оборонно-техническая олимпиада 2020-2021 (II этап)**  
**для 10-11 классов**  
**Направление: Математика**

**Вариант: 4**

№	Задача	Ответ	Балл
1	Решите уравнение $6 \arccos^2 x - \pi \arccos x - 2\pi^2 = 0$	$\{-0, 5\}$	10
2	Решите уравнение $ x^2 + 2x + 2y^2 + 15y + 22  +  3 + y -  2x + 3 - y   = 0$	$\{(-2; -2); (-3; -2, 5)\}$	20
3	Решите неравенство $\log_{ x }(6x + 27) < 2$	$(-4, 5; -3) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (9; +\infty)$	15
4	Решите уравнение $2^{2\sqrt{x}+1} = 7 \cdot 2^{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}} + 4^{1+\sqrt[4]{x}}$	$\{16\}$	20
5	В некоторой библиотеке количество книг за последний год увеличилось на 5%, а количество художественных книг уменьшилось на 1%. Сколько процентов от общего числа книг составляют художественные книги, если год назад их было 7% ?	<b>6,6%</b>	10
6	Найдите все значения $x$ , для каждого из которых неравенство $(2m + 8)x^3 - (2m + 7)x^2 - 4x + m^2 + 9m + 8 > 0$ выполняется хотя бы при одном значении $m$ , принадлежащем отрезку $[-4; -1]$ .	$(-\infty; -2) \cup (-0, 5; 0) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$	25

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**  
**БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**  
**Оборонно-техническая олимпиада 2020-2021 (II этап)**  
**для 10-11 классов**  
**Направление: Математика**

**Вариант: 5**

№	Задача	Ответ	Балл
1	Решите уравнение $36 \arcsin^2 2x + 36\pi \arcsin 2x + 5\pi^2 = 0$	$\{-0, 25\}$	10
2	Решите уравнение $ x^2 - 2x + 2y^2 + 3y - 5  +  y -  2x + 2 - y   = 0$	$\{(0; 1); (-1; 0, 5)\}$	20
3	Решите неравенство $\log_{x^2}(x + 2) < 1$	$(-2; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (2; +\infty)$	15
4	Решите уравнение $9^x - 2 \cdot 3^{\sqrt{x}+x} = 7 \cdot 3^{2+2\sqrt{x}}$	$\{4\}$	20
5	На круизном лайнере численность пассажиров за последний год уменьшилась на 8%, а число детей уменьшилось на 15%. Сколько процентов от общего числа пассажиров составляют дети, если год назад их было 23%?	<b>21, 25%</b>	10
6	Найдите все значения $x$ , для каждого из которых неравенство $(m + 5)x^3 - (m + 2)x^2 - 7x + m^2 + 9m > 0$ выполняется хотя бы при одном значении $m$ , принадлежащем отрезку $[-5; 0]$ .	$(-\infty; -\frac{5}{3}) \cup (-1; 0) \cup (\frac{7}{5}; +\infty)$	25