

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада (I этап) 2022-2023 гг.
для 8 класса**

Направление: Математика

1	Найти остаток от деления числа $10^{2022} + 8$ на 9.	0	5
2	Из села Хомяково в деревню Стружки одновременно отправились велосипедист и пешеход. Велосипедист, приехав в Стружки, повернул обратно и на расстоянии 2 км от Стружек встретился с пешеходом. Весь путь от Хомяково до Стружек и обратно занял у велосипедиста 1 час и 40 мин. Найти расстояние от Хомяково до Стружек, если известно, что в Стружки велосипедист приехал на 50 мин. раньше пешехода.	6	10
3	Решить систему уравнений: $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{8}{y} = 8 \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 51 \end{cases}$, в ответ записать сумму $x+y$.	4,1	10
4	Точка $A(2;3)$ принадлежит графику функции $y = kx$. График функции $y = k_1x - 6$ параллелен графику $y = kx$. Найти точку пересечения графика $y = k_1x - 6$ с осью абсцисс.	4	5
5	Сколько существует пар натуральных чисел, разность квадратов которых равна 45?	3	5
6	Первый из трех сплавов весом 5 кг содержит 30% цинка, второй сплав весом 3 кг тоже содержит 30% цинка. Если первый сплавить с третьим, то получится сплав, содержащий 56% цинка, а если второй сплавить с третьим, то получится сплав, содержащий 60% цинка. Найти вес третьего сплава.	10	10
7	В треугольнике ABC точка K является серединой стороны AB , а точки M и N делят сторону BC на три равные части. Площадь треугольника ABC равна 72. Найдите площадь треугольника KMN .	12	15
8	Решить систему неравенств: $\begin{cases} -\frac{13}{4} + \frac{3x}{4} \leq \frac{x-1}{4} - \frac{7}{8} \\ 2 \geq \frac{x}{4} + \frac{3-2x}{3} \end{cases}$ В ответ записать координату середины промежутка, являющегося множеством решения системы.	0,925	15
9	В равнобедренной трапеции средняя линия равна 20, а диагональ 25. Найдите высоту трапеции.	15	15
10	Из сотрудников фирмы 16 побывали в Германии, 10 – в Австрии, 6 – в Испании. В Испании и Австрии – пятеро, в Испании и Германии – 6, во всех трёх странах – 5 сотрудников. Сколько человек посетили и Австрию, и Германию, если всего в фирме работает 19 человек, и каждый из них побывал хотя бы в одной из названных стран?	7	10

Указания:

В графе «ответ» все полученные значения записываются в виде целых чисел или конечной десятичной дроби.

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада (I этап) 2022-2023 гг.
для 9 класса**

Направление: Математика

1	Вычислить: $(\sqrt{7} - 3)\sqrt{16 + 6\sqrt{7}}$.	-2	5
2	Компания должна была заплатить в кафе за ланч 1500 рублей. Но у двоих друзей не оказалось наличных денег и поэтому каждый из остальных внес еще по 200 рублей. Сколько было друзей в компании?	5	5
3	Вычислить сумму $27(x_1^3 + x_2^3)$, где x_1 и x_2 являются корнями уравнения: $3x^2 - 5x - 7 = 0$.	440	10
4	Найти наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству: $(x+4)^2 - (x-10)^2 \leq 140$.	8	5
5	В выпуклом многоугольнике 77 диагоналей. Чему равна сумма его углов?	2160	10
6	Трехзначное число оканчивается на 2. Если эту двойку перенести на место сотен, то получится число в $\frac{4}{3}$ раза больше исходного. Чему равно исходное число?	162	10
7	В прямоугольный треугольник вписан квадрат, две вершины которого находятся на гипотенузе, а две другие – на катетах. Боковые отрезки гипотенузы равны 4 и 9 см. Найти площадь квадрата.	36	10
8	Решить систему уравнений: $\begin{cases} \frac{5}{x^2 + xy} + \frac{4}{y^2 + xy} = \frac{13}{6} \\ \frac{8}{x^2 + xy} - \frac{1}{y^2 + xy} = 1 \end{cases}$ В ответ записать наименьшее значение x из множества всех решений системы.	-2	15
9	Найти все целые значения параметра a , для которых $x_2 > x_1 > 1$, где x_1 и x_2 являются корнями уравнения: $(a+1)x^2 - 3ax + 4a = 0$.	-2	15
10	Вычислить сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 1112 и не делящихся на 15.	577203	15

Указания:

В графе «ответ» все полученные значения записываются в виде целых чисел или конечной десятичной дроби.

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада (I этап) 2022-2023 гг.
для 10 класса**

Направление: Математика

1	Вычислить $\sin^4 x + \cos^4 x$, если $\sin x - \cos x = 0.5$.	0,71875	10
2	Упростить или вычислить: $\sqrt{17 - 4\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}} - \sqrt{5}$	-2	5
3	Решить неравенство: $(3 - x)(x^2 - x)^2(x - 2) \geq 0$. В ответ записать наименьшее натуральное число из множества решений неравенства.	1	5
4	Какое наибольшее число углов с градусной мерой меньше 10° может быть в выпуклом многоугольнике?	2	10
5	Решить систему уравнений: $\begin{cases} x^{\log_3 2} = \log_3(x + y) \\ x^2 + y^2 = 65 \end{cases}$	(8;1)	10
6	Из Москвы в Санкт-Петербург выехал автобус. Спустя 1 час вслед за ним вышла легковая машина, скорость которой на 20 км/ч больше скорости автобуса. Машина обогнала автобус и через 5 часов после своего выхода находилась впереди него на 70 км. Найти скорость автобуса.	30	5
7	Решить тригонометрическое уравнение: $1 + \cos 7x = \left(\sin \frac{3x}{2} - \cos \frac{3x}{2}\right)^2$ В ответе записать количество решений в интервале $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.	3	15
8	В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , большим из которых является AD , биссектрисы тупых углов B и C пересекаются в точке L , лежащей на AD . Найти площадь трапеции, если ее высота равна 12, а биссектрисы $BL = 15$ и $CL = 13$.	260,4	15
9	Решить неравенство: $ x - 3 ^{2x^2 - 7x} > 1$. В ответ записать наибольшее целое отрицательное значение x из множества решений неравенства.	-1	15
10	Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2^x - a = \sqrt{4^x - a}$ имеет единственный корень.	(-1;0); (0;1]	10

Указания:

В графе «ответ» все полученные значения записываются в виде целых чисел или конечной десятичной дроби.

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада (I этап) 2022-2023 гг.
для 11 класса**

Направление: Математика

1	Сумма четвертого и десятого членов арифметической прогрессии равна 12. Найти сумму первых тринадцати членов этой прогрессии.	78	5
2	Шахматист дает сеанс одновременной игры на нескольких досках. В конце первых двух часов он 20% партий закончил выигрышем, а 2 партии проиграл. За следующие два часа он выиграл у 30% оставшихся противников, 5 партий проиграл, а 2 закончил вничью. На скольких досках шла игра?	15	10
3	Сколько решений имеет уравнение $\sqrt{\cos x - \frac{1}{2}} = \sqrt{\sin x - \frac{1}{2}}$ на промежутке $[0; 4\pi]$?	2	10
4	Укажите количество точек из промежутка $[-2; 2]$, в которых функция $f(x) = 5 + 4x - 2x^2$ принимает целые значения.	21	10
5	Решить систему уравнений: $\begin{cases} 3^{x^2} = 27\left(\frac{1}{3}\right)^y \\ \lg\left(x + \frac{1}{x}\right) = \lg y - \lg x \end{cases}$	(1;2); (-1;2)	10
6	На каждой из четырех сторон прямоугольника лежит по одной вершине ромба. Расстояние от вершины острого угла ромба до ближайшей вершины прямоугольника равно 1. Площадь ромба равна 51. Найдите площадь прямоугольника, если известно, что одна из его сторон 6.	96	10
7	Решить уравнение: $\log_2 \log_{\frac{x}{9}} \frac{x}{27} = \log_2 \log_3 x + 1$. В ответ записать наименьший корень.	3	10
8	Решить неравенство: $\frac{3^{x+1} + 5^{x-1}}{5^x - 3^x} \geq 2$.	(0;2]	10
9	Вершина конуса находится в центре шара, а основание касается шара. Объемы конуса и шара равны. Вычислите квадрат отношения площади поверхности шара к площади боковой поверхности конуса, расположенной внутри шара.	20	15
10	Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $2^{2x-x^2} = \frac{a-2}{a^2-1}$ имеет решение.	[0;1/2); (2;∞)	10

Указания:

В графе «ответ» все полученные значения записываются в виде целых чисел или конечной десятичной дроби.