

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2023-2024 гг.**

Этап: Первый (отборочный)	Направление: Математика	Класс: 8	Вариант: 1
---------------------------	-------------------------	----------	------------

№	Текст задания	Ответ	Балл
1	Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых есть число 7?	252	10
2	Лодка проходит по течению реки от железнодорожного моста до пионерского лагеря за 3 часа, а обратный путь – за 5 часов. За сколько часов доплывет до пионерского лагеря сброшенная с моста бутылка с запиской?	15	10
3	В прямоугольном треугольнике вершина прямого угла имеет координаты (1;1), а вершины острых углов (5;1) и (1;5). Найдите угловой коэффициент гипотенузы.	-1	5
4	Вход в аквапарк стоит 500 рублей. После снижения цены число посетителей увеличилось на 40%, а выручка увеличилась на 12%. Какова новая цена входного билета?	400	10
5	Известно, что $a^2 - b^2 = 6$ и $(a-2)^2 - (b-2)^2 = 18$. Найдите $(a+b)$.	-2	10
6	Вася и Петя могут сложить дрова в поленницу за 9 часов. Петя и Федя – за 12 часов, а Вася и Федя – за 18 часов. За сколько часов мальчики могут сложить дрова, работая вместе?	8	10
7	Из вершины B треугольника ABC опущены перпендикуляры BD и BK на биссектрисы внешних углов A и C . $AB=8$, $BC=9$, $AC=7$. Найдите DK .	12	10
8	Решите систему неравенств $\begin{cases} \frac{x-2}{3} - \frac{x-1}{2} \geq \frac{x-3}{4} + x \\ 1+x > \frac{x}{3} - 4 \end{cases}$, в ответ запишите наименьшее целое отрицательное число из множества решений.	-7	10
9	В классе 25 учеников, 10 из них занимаются в спортивном кружке, 9 – в математическом при БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, а 8 не ходят в кружки. Сколько человек ходит только в математический кружок?	7	10
10	При каком значении параметра a уравнение $ x+2 + x-2 = a$ имеет бесконечно много решений?	4	15
			Итого: 100

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2023-2024 гг.**

Этап: Первый (отборочный)	Направление: Математика	Класс: 8	Вариант: 2
---------------------------	-------------------------	----------	------------

№	Текст задания	Ответ	Балл
1	Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых есть число 1?	252	10
2	Моторка проходит по Волге вниз по течению из Семигорья в Кинешму за 4 часа, а обратный путь – за 6 часов. Сколько часов будет плыть плот из Семигорья в Кинешму?	24	10
3	В прямоугольном треугольнике вершина прямого угла имеет координаты $(-5;1)$, а вершины острых углов $(-5;5)$ и $(-1;1)$. Найдите угловой коэффициент гипотенузы.	-1	5
4	Вход на стадион стоит 400 рублей. После снижения цены число зрителей увеличилось на 25%, а выручка увеличилась на 12,5%. Какова новая цена входного билета?	360	10
5	Известно, что $a^2 - b^2 = 8$ и $(a-2)^2 - (b-2)^2 = 12$. Найдите $(a+b)$.	-4	10
6	Коза и корова съедают воз сена за 45 дней. Корова и овца – за 60 дней, а овца и коза – за 90 дней. За сколько дней они съедят воз сена вместе?	40	10
7	Из вершины A треугольника ABC опущены перпендикуляры AK и AP на биссектрисы внешних углов B и C . Известно, что периметр треугольника равен 16. Найдите KP .	8	10
8	Решите систему неравенств $\begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{4} \geq \frac{x-2}{3} - x \\ 1-x > \frac{x}{2} - 4 \end{cases}$, в ответ запишите наибольшее целое число из множества решений.	3	10
9	В классе 28 учеников, 10 из них занимаются в танцевальном кружке, 12 – в математическом при БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, а 8 не ходят в кружки. Сколько человек ходит только в танцевальный кружок?	8	10
10	При каком значении параметра a уравнение $ x+1 + x-1 = a$ имеет бесконечно много решений?	2	15
			Итого: 100

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2023-2024 гг.**

Этап: Первый (отборочный)	Направление: Математика	Класс: 9	Вариант: 1
---------------------------	-------------------------	----------	------------

№	Текст задания	Ответ	Балл
1	Вычислить: $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$.	9	10
2	Найдите сумму всех трехзначных чисел, делящихся нацело на 9.	55350	5
3	Решите уравнение: $\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x^2} - 3 = 0$. В ответ запишите сумму всех корней уравнения.	-2,375	10
4	Треугольник ABC равнобедренный, в котором боковая сторона $AB=2$, а основание $BC=1$. На стороне AC взята точка M , причем $BM=BC$. Найдите MC .	0,5	10
5	Решите неравенство: $\frac{49-x^2}{x^2-9x+8} \geq 0$. В ответ запишите наибольшее целое положительное число из множества решений.	7	5
6	При одновременной работе двух насосов разной мощности бассейн заполняется за 8 часов. После ремонта производительность первого насоса увеличилась в 1,2 раза, а второго – в 1,6 раза. Теперь при их совместной работе бассейн стал заполняться за 6 часов. За какое время заполнится бассейн при работе только первого насоса после ремонта?	10	10
7	Решите систему: $\begin{cases} (x-1)(y-1)=1 \\ x^2y+xy^2=16 \end{cases}$. В ответ запишите $x+y$.	4	10
8	После деления некоторого двузначного числа на сумму его цифр в частном получилось 6 и в остатке 7. После деления этого же числа на произведение его цифр в частном получилось 2 и в остатке 5. Найдите это число.	85	10
9	В трапеции $ABCD$ основания $AD=6$ и $BC=1$, диагонали $AC=3$ и $BD=5$. Под каким углом видны основания из точки пересечения диагоналей? Ответ дайте в градусах.	120	15
10	При каком значении параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 + (a-2)x + a + 1 = 0$ будет наименьшей?	3	15
			Итого: 100

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2023-2024 гг.**

Этап: Первый (отборочный)	Направление: Математика	Класс: 9	Вариант: 2
---------------------------	-------------------------	----------	------------

№	Текст задания	Ответ	Балл
1	Вычислить: $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{169} + \sqrt{167}}$.	6	10
2	Найдите сумму всех трехзначных чисел, делящихся нацело на 3.	165150	5
3	Решите уравнение: $2\sqrt[3]{x^2} - 5\sqrt[3]{x} = 3$. В ответ запишите сумму всех корней уравнения.	26,875	10
4	В треугольник ABC вписан ромб $DECF$, так что вершина D лежит на отрезке AB , вершина E лежит на отрезке BC , а вершина F лежит на отрезке AC . Найдите сторону ромба, если $BC=12$, и $AC=6$.	4	10
5	Решите неравенство: $\frac{1-x^2}{x^2-3x-10} \geq 0$. В ответ запишите наибольшее целое положительное число из множества решений.	4	5
6	Два трактора разной мощности, работая одновременно, вспахали поле за 2 часа 40 минут. Если бы первый трактор увеличил мощность в 2 раза, а второй – в 1,5 раза, то они вспахали бы поле за 1 час 36 минут. За какое время вспахал бы поле первый трактор, работая с первоначальной мощностью.	8	10
7	Решите систему: $\begin{cases} (x-2)(y-2) = 4 \\ x^2y + xy^2 = 2 \end{cases}$. В ответ запишите $x+y$.	-1	10
8	После деления некоторого двузначного числа на сумму его цифр в частном получилось 7 и в остатке 6. После деления этого же числа на произведение его цифр в частном получилось 3 и в остатке 11. Найдите это число.	83	10
9	В окружности проведены две хорды AB и BC . Известно, что $AB = \sqrt{3}$, $BC = 3\sqrt{3}$, $\angle ABC = 60^\circ$. Найдите длину той хорды окружности, которая делит угол ABC пополам.	4	15
10	При каком значении параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 + (a-1)x + a^2 - 1.5 = 0$ будет наибольшей?	-1	15
			Итого: 100

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2023-2024 гг.**

Этап: Первый (отборочный)	Направление: Математика	Класс: 10	Вариант: 1
---------------------------	-------------------------	-----------	------------

№	Текст задания	Ответ	Балл
1	Вычислить: $\sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{11})(\sqrt{2} - \sqrt{11})}$.	3	5
2	Найдите $\sin 2\alpha$, если $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{4}$.	0,5625	5
3	Решите неравенство: $\frac{\sqrt{x^2 - 4}(x^2 - 10x + 25)}{(64 - x^2)(x^2 - 11x + 10)} \geq 0$ в ответ запишите наименьшее целое положительное число из множества решений.	2	10
4	Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 285 км выехал мотоциклист. Через 1,5 часа навстречу ему из B в A выехал второй мотоциклист, скорость которого на 10 км/час больше скорости первого. Мотоциклисты встретились в 105 км от B . Какова была скорость второго мотоциклиста?	70	5
5	Решите уравнение: $\sqrt[4]{\frac{2-x}{3+x}} + \sqrt[4]{\frac{3+x}{2-x}} = 2$.	-0,5	10
6	В трапеции $ABCD$ основание $AD=16$, сторона $CD=8\sqrt{3}$. Окружность, проходящая через точки A , B и C , вторично пересекает прямую AD в точке H . $\angle AHB = 60^\circ$. Найдите BH .	8	15
7	Решите уравнение: $9 \cdot 4^{2x} + 64 \cdot 16^{x-1} - 256 \cdot 2^{4x-8} = 384$.	1,25	10
8	Решите неравенство: $\sqrt{3x^2 + 5x - 2} \leq 2 + x$. В ответ запишите наименьшее целое отрицательное число из множества решений.	-2	10
9	Решите систему уравнений $\begin{cases} 11^{xz} - 2 \cdot 5^y = 71 \\ 11^z + 2 \cdot 5^{\frac{y}{2}} = 21 \\ 11^{(x-1)z} + 5^{\frac{y}{2}} = 16 \end{cases}$. В ответ запишите сумму $x + y + z$.	5	10
10	При каких значениях параметра a корни уравнения $x^2 - 2(a-1)x + 2a + 1 = 0$ разных знаков и каждый из них меньше 4? В ответ записать наибольшее целое значение параметра a .	-1	20

Итого: 100

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2023-2024 гг.**

Этап: Первый (отборочный)	Направление: Математика	Класс: 10	Вариант: 2
---------------------------	-------------------------	-----------	------------

№	Текст задания	Ответ	Балл
1	Вычислить: $\sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{7})(\sqrt{3} - \sqrt{7})}$	2	5
2	Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{4}$.	0,4375	5
3	Решите неравенство: $\frac{\sqrt{x^2 - 9}(x^2 - 12x + 36)}{(49 - x^2)(x^2 - 13x + 12)} \geq 0$ в ответ запишите наименьшее целое положительное число из множества решений.	3	10
4	Из пункта M в пункт N , расстояние между которыми 78 км выехал велосипедист. Через час навстречу ему из N в M выехал второй велосипедист, скорость которого на 4 км/час больше скорости первого. Велосипедисты встретились в 36 км от N . Какова была скорость первого велосипедиста?	14	5
5	Решите уравнение: $\sqrt{\frac{x-2}{x+1}} - \sqrt{\frac{x+1}{x-2}} = \frac{3}{2}$.	-2	10
6	В параллелограмме $ABCD$ диагональ $BD=2$, угол C равен 45° , и сторона CD касается окружности, описанной около треугольника ABD . Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.	4	15
7	Решите уравнение: $2^{12x-1} - 4^{6x-1} + 8^{4x-1} - 16^{3x-1} = 1280$.	1	10
8	Решите неравенство: $\sqrt{-2x^2 + 5x + 3} \leq 3 - x$. В ответ запишите наибольшее целое положительное число из множества решений.	3	10
9	Решите систему уравнений $\begin{cases} 7^{xz-z} + 3^{\frac{y}{2}} = 10 \\ 7^z + 2 \cdot 3^{\frac{y}{2}} = 13 \\ 7^{xz} - 2 \cdot 3^y = 31 \end{cases}$. В ответ запишите сумму $x + y + z$.	5	10
10	$f(x) = x^2 + ax + a^2 + 6a$. При каких значениях параметра a функция $f(x) < 0$ при $x \in (1; 2)$? В ответ записать наименьшее целое отрицательное число из множества решений.	-6	20
			Итого: 100

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Оборонно-техническая олимпиада
2023-2024 гг.

Этап: Первый (отборочный)	Направление: Математика	Класс: 11	Вариант: 1
---------------------------	-------------------------	-----------	------------

№	Текст задания	Ответ	Балл
1	a_n – арифметическая прогрессия. $a_5 + a_9 + a_{13} + a_{17} = 128$. Найдите S_{21} .	672	5
2	$ABCD$ – тетраэдр, ребра которого $AB=3, BC=7, AC=5$. Найдите сумму векторов $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{AC} + \vec{BC} + \vec{DA}$. В ответ запишите длину вектора суммы.	5	5
3	Решите уравнение: $\cos 2x \cdot \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} x - \cos 2x = 1$. В ответ запишите количество решений в промежутке $[0; 2\pi]$.	2	10
4	Решите уравнение: $(\sqrt{4-\sqrt{15}})^x + (\sqrt{4+\sqrt{15}})^x = 8$. В ответ запишите сумму корней.	0	10
5	Решите неравенство: $\sqrt{x+13} > x+1$. В ответ запишите количество целых решений.	16	15
6	Решите уравнение: $\log_{(x-6)^2}(x^2+x+3) = \frac{1}{2}$. В ответ запишите сумму корней.	-2	10
7	Внутри угла 60° расположена точка на расстоянии 1 и 7 от его сторон. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла. Ответ округлить до десятых.	8,7	15
8	Решите уравнение: $\frac{\pi x}{15} = \arccos\left(\cos\frac{\pi x}{3}\right)$. В ответ запишите наибольшее число из множества решений.	15	10
9	$ABCA_1B_1C_1$ – правильная усеченная пирамида. Найдите площадь ее полной поверхности, если сторона нижнего основания 12, сторона верхнего основания 6, а боковое ребро $2\sqrt{3}$. Ответ округлить до десятых.	124,7	5
10	При каких значениях параметра a сумма кубов корней уравнения $ax^2 - 6ax + 2a + 3 = 0$ равна 72?	0,5	15
			Итого: 100

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2023-2024 гг.**

Этап: Первый (отборочный)	Направление: Математика	Класс: 11	Вариант: 2
---------------------------	-------------------------	-----------	------------

№	Текст задания	Ответ	Балл
1	a_n – арифметическая прогрессия. $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$. Найдите S_{19} .	1064	5
2	$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед, ребра которого $AB=3$, $BC=5$, $BB_1=6$. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1 C_1} + \overrightarrow{C C_1} + \overrightarrow{B_1 A_1} + \overrightarrow{B_1 B}$. В ответ запишите длину вектора суммы.	5	5
3	Решите уравнение: $\sin 2x \cdot \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} x + \sin 2x = 1$. В ответ запишите количество решений в промежутке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.	3	10
4	Решите уравнение: $\left(\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\right)^x = 4$. В ответ запишите сумму корней.	0	10
5	Решите неравенство: $\sqrt{x+9} > x-3$. В ответ запишите количество целых решений.	16	15
6	Решите уравнение: $\log_{(x-1)^2} (x^2 + x + 2) = \frac{1}{2}$.	-1	10
7	Внутри угла 60° расположена точка на расстоянии 2 и 5 от его сторон. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла. Ответ округлить до десятых	7,2	15
8	Решите уравнение: $\frac{\pi x}{5} = 5 \arccos\left(\cos \frac{\pi x}{5}\right)$. В ответ запишите наибольшее число из множества решений.	25	10
9	$ABCA_1 B_1 C_1$ – правильная усеченная пирамида. Найдите площадь ее полной поверхности, если сторона нижнего основания 4, сторона верхнего основания 2, и боковое ребро 2. Ответ округлить до десятых.	24,2	5
10	При каких значениях параметра a сумма квадратов корней уравнения $ax^2 + (a+2)x - 4a = 0$ равна $10\frac{7}{9}$. В ответ записать наибольшее значение a .	3	15

Итого: 100

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».