

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2024-2025 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 8	Вариант: 1
----------------------------------	-----------------------------------	----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Когда мимо пристани проходил плот, в деревню, находящуюся на расстоянии 16 км от пристани, вниз по реке отправилась моторная лодка. Она дошла до деревни за 4/5 часа и, повернув обратно, встретила плот на расстоянии 10 км от деревни. Какова скорость течения реки и скорость лодки относительно воды? Ответ дать в км /час (км/ч) с точностью до 2-го знака после запятой.	16.25	10
2	В цилиндрических сообщающихся сосудах находится ртуть плотности $\rho_p = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Площадь поперечного сечения сосудов $S_1 = 6 \text{ см}^2$ и $S_2 = 4 \text{ см}^2$. В первый сосуд наливают воду, плотность которой равна $\rho_v = 10^3 \text{ кг/м}^3$. Вода образует столб высотой $H = 30 \text{ см}$. На какую высоту поднимется уровень ртути во втором сосуде? Ответ записать в сантиметрах с точностью до сотых. Сделать рисунок.	1.32	15
3	Найдите двузначное число, которое в 9 раз больше суммы его цифр.	81	5
4	В турнире по шашкам было сыграно 66 партий. Каждые два участника турнира сыграли между собой по одной партии. Сколько было участников?	12	5
5	Решите систему уравнений: $\begin{cases} xy - x = 2 \\ xy^3 - xy^2 = 8 \end{cases}$	(2;2), (-2/3;-2)	1

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной или конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Константы

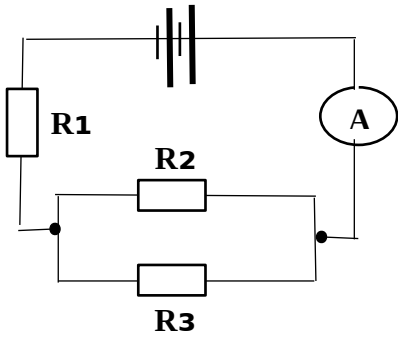
Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
8 класс, 1 вариант

1	<p>3,75 км/ч; 16,25 км/ч</p> $u = \frac{s_1 - s_2}{2t} = \frac{16 - 10}{2 \cdot 0,8} = 3,75 \text{ км/ч}$ $v = \frac{s_1}{t} - u = \frac{16 + 10}{2 \cdot 0,8} = 16,25 \text{ км/ч}$
2	$\Delta h = H \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{р}}} \cdot \frac{S_1}{S_1 + S_2}$ $\Delta h \approx 1,32 \text{ см}$
3	<p>Обозначим за x число десятков искомого двузначного числа, а за y число его единиц. Заметим, что $x=1,2,\dots,9$, а $y=0,1,2,\dots,9$. Тогда $10x + y = 9(x + y) \Rightarrow x - 8y = 0 \Rightarrow x = 8, y = 1$.</p> <p>Ответ: 81.</p>
4	<p>Обозначим за x число участников, тогда</p> $\frac{x(x-1)}{2} = 66 \Rightarrow x^2 - x - 132 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \hat{x} = -1 \\ \hat{x} = 12 \end{cases} \text{ по условию задачи } x > 0.$ <p>Ответ: 12</p>
5	$\begin{cases} \hat{x}y - x = 2 \\ \hat{x}xy^3 - xy^2 = 8 \end{cases} \hat{\cup} \begin{cases} \hat{x}(y-1) = 2 \\ \hat{x}y^2(y-1) = 8 \end{cases} \hat{\cup} \begin{cases} \hat{x}(y-1) = 2 \\ \hat{y}^2 = 4 \end{cases} \hat{\cup} \begin{cases} \hat{x} = 2 \\ \hat{y} = 2 \\ \hat{x} = -\frac{2}{3} \\ \hat{y} = -2 \end{cases}$ <p>Ответ: (2;2), (-2/3;-2)</p>

Оборонно-техническая олимпиада
2024-2025 гг.

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 8	Вариант: 2
----------------------------------	--------------------------------------	----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Смешали 10 кг воды при 95°C и 100 кг воды при 25°C. При этом некоторое количество тепла, отданного горячей водой, пошло на нагревание окружающей среды. Определить количество тепла, отданного горячей водой на нагревание окружающей среды, если конечная температура воды стала равной 30 °С. Ответ выразить в процентах целым числом.	23	10
2	В электрической цепи (см. Рис) $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$. Определить показания амперметра, если напряжение источника тока, питающего цепь, равно $U = 4,2 \text{ В}$. 	0.7	15
3	В турнире по шашкам было сыграно 15 партий. Каждые два участника турнира сыграли между собой по одной партии. Сколько было участников?	6	5
4	Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^2 - y^2 = -2 \\ xy + y^2 = 2 \end{cases}$	$(0; \sqrt{2})$, $(0; -\sqrt{2})$	5
5	Через точку M , находящуюся на расстоянии 11 см от центра окружности радиусом 13 см, проведена хорда, делящаяся точкой M на отрезки, длины которых относятся как 1:3. Найдите длину этой хорды.	16	10

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной или конечной десятичной дроби.

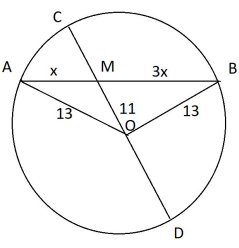
Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$

		Кулона		
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	Постоянная Планка		$h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж*с
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	Число «пи»		$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$	$\pi^2 = 10$

Решение
8 класс, 2 вариант

1	$\eta = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2 - (m_1 + m_2)\theta}{m_1(t_1 - \theta)}$ <p>$\eta = 23 \%$</p>
2	<p>$I = 0,7 \text{ A}$</p> $I = U / \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right)$
3	<p>Обозначим за x число участников, тогда</p> $\frac{x(x-1)}{2} = 15 \Rightarrow x^2 - x - 30 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -5 \end{cases} \text{ по условию задачи } x > 0.$ <p>Ответ: 6</p>
4	$\begin{cases} x^2 - y^2 = -2 \\ xy + y^2 = 2 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} (x-y)(x+y) = -2 \\ y(x+y) = 2 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} (x-y)\frac{2}{y} = -2 \\ x+y = \frac{2}{y}, y \neq 0, y \neq -x \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x = 0 \\ y = \pm\sqrt{2} \end{cases}$ <p>Ответ: (0;√2), (0;-√2)</p>
5	<div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 2; padding-left: 10px;"> <p>Через точку M проведем диаметр MD. Обозначим $AM=x$, $MB=3x$. Тогда $CM=13-11=2$, а $MD=13+11=24$. По свойству пересекающихся хорд в окружности $AM \cdot MB = CM \cdot MD$, т.е.</p> $x \cdot 3x = 2 \cdot 24 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4, \text{ т.к. } x > 0.$ <p>$AB = 4x = 16$.</p> </div> </div> <p>Ответ: 16.</p>

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2024-2025 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 8	Вариант: 3
----------------------------------	-----------------------------------	----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	В цилиндрических сообщающихся сосудах находится ртуть плотности $\rho_p = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Площадь поперечного сечения первого сосуда $S_1 = 6 \text{ см}^2$, площадь сечения второго сосуда $S_2 = 4 \text{ см}^2$. В первый сосуд наливают воду, плотность которой равна $\rho_v = 10^3 \text{ кг/м}^3$. Определить высоту H столба воды, если уровень ртути во втором сосуде поднимается на $\Delta h \approx 1,32 \text{ см}$. Ответ записать в сантиметрах целым числом. Сделать рисунок.	30	10
2	При определении скорости звука в чугуне у одного конца чугунной трубы ударили в колокол, у другого конца наблюдатель слышал два звука: первый, пришедший по чугуну, а спустя $\Delta t = 2,95 \text{ с}$ - второй, пришедший по воздуху. Длина трубы равна $l = 1100 \text{ м}$. Определить скорость звука в воздухе. Скорость звука в чугуне 3856 м/с . Ответ дать в м/с, округлив ответ до целого числа.	3	15
3	Участники похода решили обменяться фотографиями (каждый с каждым). Получилось 72 фотографии. Сколько человек участвовало в походе?	9	5
4	Решите уравнение: $\frac{2x - 2}{x + 3} - \frac{18}{x^2 - 9} = \frac{x - 6}{x - 3}$.	2	5
5	При каких значениях параметров a и b система $\begin{cases} 8x + (a^2 + ab + b^2)y = 4 \\ (a - b)x + 26y = 2 \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений?	$(-2; -6), (6; 2)$	10

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной или конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2024-2025 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 9	Вариант: 1
----------------------------------	-----------------------------------	----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Сопrotивление электрической печи равно 100 Ом, а сила тока равна 2,2 А. Определить потребляемую электроэнергию за 5 ч непрерывной работы печи. Ответ выразить в МДж, округлив число до 1-го знака после запятой.	8,7	10
2	Солнечный луч составляет с поверхностью Земли угол $\gamma = 40^\circ$. Под каким углом β к горизонту следует расположить плоское зеркало при распространении отражённых лучей вертикально вверх?	25	15
3	Число посетителей вновь открывшегося ТЦ в первые 8 дней работы увеличивалось ежедневно в одно и то же число раз. Сколько человек посетило ТЦ в восьмой день, если в третий день было 288 посетителей, а в пятый – 648?	2187	5
4	Сократите дробь: $\frac{x^{1000} + x^{999} + \cancel{x^{998}} + x^{995}}{x^{1001} + x^{999} + x^{997}}$.	$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$	5
5	Решите уравнение: $x(x+3)(x+5)(x+8)+56=0$.	-7; -1; -4 ± 2√2	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной или конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
9 класс, 1 вариант

1	<p>8,7 МДж $Q = I^2 R t \approx 8,7 \text{ МДж}$</p>
2	<p>$\beta = 25^\circ$ $\gamma + 2\alpha = 90^\circ$. Тогда $\beta = 90^\circ - \gamma - \alpha = (90^\circ - \gamma) / 2 = 25^\circ$</p>
3	<p>Пусть последовательность чисел $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8$, равных числу посетителей ТЦ в соответствующий день, и образующих геометрическую прогрессию. Тогда</p> $\begin{cases} b_3 = b_1 q^2 = 288 \\ b_5 = b_1 q^4 = 648 \end{cases} \Rightarrow q^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow q = \frac{3}{2} \quad q > 0, \text{ т.к по условию задачи } q > 0.$ $b_6 = b_5 q^3 = 648 \times \frac{27}{8} = 2187$ <p>Ответ: 2187.</p>
4	$\frac{x^{1000} + x^{999} + \dots + x^{995}}{x^{1001} + x^{999} + x^{997}} = \frac{x^{995} (1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)}{x^{997} (1 + x^2 + x^4)} = \frac{1}{x^2} \times \frac{(1 + x + x^2 + x^4) + (1 + x^2 + x^4)}{1 + x^2 + x^4} =$ $\frac{1}{x^2} \times \frac{(x+1)(1+x^2+x^4)}{1+x^2+x^4} = \frac{x+1}{x^2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ <p>Ответ: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$.</p>
5	<p>$x(x+3)(x+5)(x+8) + 56 = 0$. Сгруппируем в первом слагаемом 1 и 4 множители, 2 и 3. Получим: $(x^2 + 8x)(x^2 + 8x + 15) + 56 = 0$. Заменим $x^2 + 8x = t$. Тогда $t(t+15) + 56 = 0$. По т. Виета $t_1 = -7, t_2 = -8$. Тогда получим два квадратных уравнения: $x^2 + 8x + 7 = 0$ и $x^2 + 8x + 8 = 0$, решая которые найдем корни исходного уравнения.</p> <p>Ответ: -7; -1; $-4 \pm 2\sqrt{2}$.</p>

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2024-2025 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 9	Вариант: 2
----------------------------------	-----------------------------------	----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Определить высоту h , с которой одновременно были брошены горизонтально два мяча в разные стороны. Начальная скорость одного из мячей равна 10 м/с, а другого - в 2 раза меньше. Расстояние ΔL между мячами в момент падения на Землю равно 47,4 м. Ответ округлить до целого числа.	50	10
2	Шар массой $m = 100$ г подвешен на нити и удерживается в отклонённом положении под действием некоторой горизонтальной силой F . Найти эту силу F , если угол α , который образует нить с вертикалью при равновесии, равен 60° . Чему равна при этом сила натяжения нити?	2	15
3	Вычислить или упростить: $\sqrt[8]{(9 - 4\sqrt{5})} - \sqrt{5}$.	-2	5
4	Число распускающихся тюльпанов в парке в первые 7 дней ежедневно увеличивалось в одно и то же число раз. Сколько тюльпанов распустилось в парке в седьмой день, если во второй день их распустилось 28, а в четвертый – 112?	896	5
5	Найдите $f(x)$, если $f(-x) + 2f(x) = 3 - x$.	$f(x) = 1 - x$	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной или конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
9 класс, 2 вариант

1	$h = 50 \text{ м}$ $h = \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{\Delta L}{v_{01} + v_{02}} \right)^2 \approx 50 \text{ м}$
2	$F = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3} \text{ Н}$ $T = \sqrt{F^2 + (mg)^2} = 2 \text{ Н}$
3	$\sqrt[3]{(9 - 4\sqrt{5})} - \sqrt{5} = \sqrt[3]{(2 - \sqrt{5})} - \sqrt{5} =$ $ 2 - \sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} = -2$ <p>Ответ: -2.</p>
4	<p>Пусть последовательность чисел $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7$, равных числу распустившихся тюльпанов в соответствующий день, и образующих геометрическую прогрессию. Тогда</p> $\begin{cases} \hat{b}_2 = b_1 q = 28 \\ \hat{b}_4 = b_1 q^3 = 112 \end{cases} \text{ и } q^2 = 4 \text{ и } q = 2, \text{ т.к по условию задачи } q > 0.$ $b_7 = b_4 q^3 = 112 \cdot 8 = 896$ <p>Ответ: 896.</p>
5	$\begin{cases} \hat{f}(-x) + 2f(x) = 3 - x \\ \hat{f}(x) + 2f(-x) = 3 + x \end{cases}$ <p>умножим первое уравнение на -2 и сложим со вторым. В результате получим - $3f(x) = -3 + 3x$ и $f(x) = 1 - x$</p> <p>Ответ: $f(x) = 1 - x$.</p>

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2024-2025гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 9	Вариант: 3
----------------------------------	-----------------------------------	----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Определить силу тока в цепи, если потребляемая электроэнергия за 5 часов непрерывной работы равна 8,7 МДж, а сопротивление цепи 100 Ом. Ответ представить числом с точностью до 1-го знака после запятой.	2,2	10
2	Ящик с песком, имеющий массу $M = 1,5$ кг, подвешен на тросе длиной $L = 1,6$ м. Длина троса значительно больше размеров ящика (баллистический маятник). Пуля массой $m = 10$ г летит горизонтально, попадает в ящик и застревает в нём. Определить угол α , на который отклонился от вертикали трос после попадания пули, если модуль скорости v пули равен 604 м/с..	0,5	15
3	Решите уравнение: $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 10 - \sqrt{x^2 + 10x + 25}$.	$x \in [-5; 5]$	5
4	В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC взята точка K так, что угол BKC равен углу B . Найдите гипотенузу AB , если $CK=4.5$ и $AK=3.5$.	10	5
5	Решите неравенство: $\frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10} \leq \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9}$.	$[-4; 1] \cup \{2\}$	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

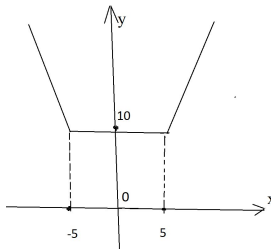
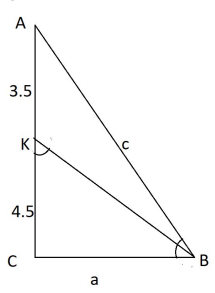
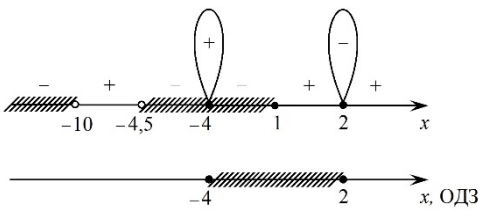
В ответе числа записывать в виде обыкновенной или конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
9 класс, 3 вариант

1	$I=2,2 \text{ A}$ $I = \sqrt{Q/Rt} \approx 2,2 \text{ A}$
2	$\sin(\alpha/2) = 0,5$ $\alpha=60^\circ$ $\sin(\alpha/2) = \frac{mv}{2(m+M)\sqrt{gL}} = 0,5$
3	 <p style="text-align: center;">$\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 10 - \sqrt{x^2 + 10x + 25} \hat{=} x - 5 + x + 5 = 10$. Построим график функции $y = x - 5 + x + 5$. Очевидно, что $y = 10$, $x \in [-5; 5]$.</p> <p>Ответ: $x \in [-5; 5]$.</p>
4	<p>Пусть $\triangle BKC = \triangle B = a$.</p>  <p>$AC=8$, $BC = \sqrt{c^2 - 64}$.</p> <p>$\text{tga} = \frac{8}{\sqrt{c^2 - 64}}$, $\text{tga} = \frac{\sqrt{c^2 - 64}}{4.5} \text{ и } \frac{8}{\sqrt{c^2 - 64}} = \frac{\sqrt{c^2 - 64}}{4.5}$, откуда получаем, что $c^2 - 64 = 36 \text{ и } c^2 = 100 \text{ и } c = 10$.</p> <p>Ответ: 10.</p>
5	$\frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10} \leq \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9}$ <p>ОДЗ: $\begin{cases} x^2 + 2x - 8 \geq 0 \\ x^1 - 10 \neq 0 \\ x^1 - 4.5 \end{cases} \hat{=} -4 \leq x \leq 2$</p> $\frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10} \leq \frac{1}{2x+9} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{8-2x-x^2}(x-1)}{(x+10)(2x+9)} \leq 0$  <p>Ответ: $[-4; 1] \cup \{2\}$.</p>

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2024-2025 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 10	Вариант: 1
----------------------------------	--------------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Небольшой камень бросили с ровной горизонтальной поверхности земли под углом к горизонту. На какую максимальную высоту поднялся камень, если ровно через 1 с после броска его скорость была направлена горизонтально?	5	10
2	При постоянном давлении газообразный гелий нагрели на 40 К, в результате чего он совершил работу 2493 Дж. Чему равна масса гелия?	0,03	15
3	Даны две арифметические прогрессии: 1;6;11; ... и -1;2;5; ... Найдите сумму первых тридцати чисел, встречающихся в обеих прогрессиях.	6855	5
4	Решите уравнение: $\sqrt{x+10} - 4 = \sqrt{\frac{25x}{x^2+10x}}$	15	5
5	В треугольнике ABC AB=39, BC=42, CA=45. Найдите площадь треугольника, образованного стороной AC, биссектрисой BK и медианой BM.	14	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

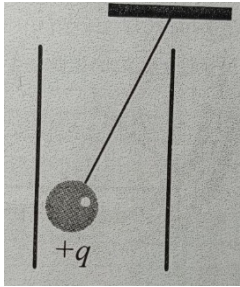
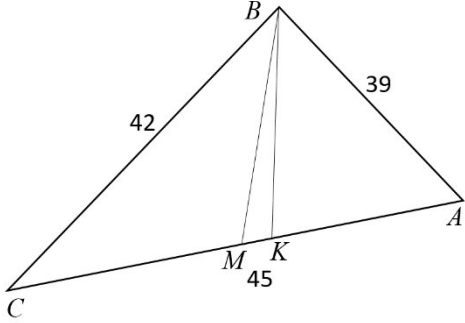
В ответе числа записывать в виде обыкновенной или конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
10 класс, 1 вариант

1	$t = t_{\text{поз}} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$ $h_{\text{max}} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{g^2 \cdot t^2}{2g} = \frac{10}{2} = 5 \text{ м}$
2	$A = P \Delta V = \nu R \Delta T ;$ $\nu = \frac{A}{R \Delta T} = \frac{m}{\mu} ;$ $m = \frac{A \mu}{R \Delta T} = \frac{2493 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 40} = 0,03 \text{ кг}$ 
3	<p>Для итоговой прогрессии $a_1 = 11, d = 15$, тогда $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = 6855$</p> <p>Ответ: 6855.</p>
4	<p>Преобразуем правую часть уравнения, заметив при этом, что x не должен быть равен нулю: $\sqrt{x+10} - 4 = \frac{5}{\sqrt{x+10}}$. Ограничения для x: $x \in [6; +\infty)$.</p> <p>Произведем замену $\sqrt{x+10} = t$ ($t \geq 0$), тогда уравнение примет вид $t - 4 = \frac{5}{t}$.</p> <p>Получим корни $t = 5$ и $t = -1$ (посторонний).</p> <p>Тогда $x + 10 = 25$. Откуда $x = 15$ (удовлетворяет ОДЗ).</p> <p>Ответ: 15.</p>
5	 <p>По формуле Герона найдем:</p> $S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} =$ $= \sqrt{63 \cdot 24 \cdot 21 \cdot 18} = 756 \text{ см}^2.$ <p>Поскольку BM – медиана, значит основания треугольников CBM и ABM равны, высота у этих треугольников одна, значит равны их площади. То есть $S_{CBM} = S_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot 756 = 378$ см².</p> <p>BK – биссектриса, т. е. $\angle CBK = \angle ABK = \angle ABC / 2$, тогда</p> $S_{ABK} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BK \cdot \sin(\angle ABC / 2) = \frac{39}{2} \cdot BK \cdot \sin(\angle ABC / 2),$ <p>а</p> $S_{CBK} = \frac{1}{2} \cdot CB \cdot BK \cdot \sin(\angle ABC / 2) = \frac{42}{2} \cdot BK \cdot \sin(\angle ABC / 2).$ <p>Значит</p> $S_{ABK} / S_{CBK} = 39 / 42; S_{ABC} = S_{ABK} + S_{CBK} = S_{CBK} \cdot 39 / 42 + S_{CBK} = 81 / 42 \cdot S_{CBK},$ <p>откуда $S_{CBK} = 392 \text{ см}^2$.</p> $S_{MBK} = S_{CBK} - S_{CMK} = 392 - 378 = 14 \text{ см}^2.$ <p>Ответ: 14 см².</p>

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2024-2025гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 10	Вариант: 2
----------------------------------	-----------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Польный шарик с зарядом $q = 4 \cdot 10^7$ Кл и массой 3 г, подвешенный на невесомой нити с коэффициентом упругости 100 Н/м, находится между вертикальными пластинами плоского воздушного конденсатора. Расстояние между обкладками конденсатора 10 см. Какова разность потенциалов между обкладками конденсатора, если удлинение нити 0,5 мм? Ответ дать в киловольтах.	10^4	10
2	Две положительно заряженные частицы, имеющие отношение масс $\frac{m_2}{m_1} = 2$, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Найдите отношение зарядов частиц $\frac{q_2}{q_1}$, если их скорости одинаковы, а отношение радиусов траекторий: $\frac{R_2}{R_1} = 0,5$	4	15
3	Вычислить: $\frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{6}}$.	0	5
4	Пешеход рассчитал, что, двигаясь с определенной скоростью, он пройдет намеченный путь за 2,5 ч. Но, увеличив скорость на 1 км/ч, он прошел этот путь за 2 ч. Найти длину пути.	10	5
5	Решите неравенство: $\sqrt{5 - 4 x } > x$.	$[-5/4; 1)$	10

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной или конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
10 класс, 2 вариант

1	$T = \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2} = k\Delta l$ $\Delta\varphi = Ed;$ $(qE)^2 + (mg)^2 = (k\Delta l)^2$ $\Delta\varphi = \frac{d \sqrt{(k\Delta l)^2 - (mg)^2}}{q} = \frac{0,1 \sqrt{(5 \cdot 10^{-2})^2 - (3 \cdot 10^{-2})^2}}{4 \cdot 10^{-7}} = \frac{0,1 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-7}}$ $= 10^4 \text{В} = 10 \text{кВ}$
2	$qvB = \frac{mv^2}{R}; \quad q = \frac{mv}{RB}$ $\frac{q_2}{q_1} = \frac{\frac{m_2 v_2}{R_2 B}}{\frac{m_1 v_1}{R_1 B}} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{R_1}{R_2} = 2 \cdot 2 = 4$
3	$\frac{4(\sqrt{7} - \sqrt{3})}{7-3} + \frac{3(\sqrt{6} + \sqrt{3})}{6-3} - \frac{\sqrt{7} + \sqrt{6}}{7-6} = 0$ <p>Ответ: 0.</p>
4	<p>Пусть расчетная скорость пешехода v км/ч, тогда реальная скорость $(v + 1)$ км/ч. Двигаясь с расчетной скоростью, пешеход преодолел бы путь за 2,5 ч, на самом деле у него ушло 2 ч на всю дорогу. Составим уравнение: $2,5v = 2(v + 1)$. Найдем $v = 4$ км/ч, тогда путь составляет 10 км. Ответ: 10 км.</p>
5	<p>ОДЗ для подкоренного выражения: $x \in \left[-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right]$.</p> <p>Решение системы сводится к решению двух равновозможных случаев: $\begin{cases} x < 0, \\ 5 - 4 x ^3 \geq 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x \geq 0, \\ 5 - 4 x ^3 > x^2 \end{cases}$. Для первой системы получим решение $x \in \left[-\frac{5}{4}; 0\right]$. Для второй – $x \in [0; 1)$. Объединим полученные промежутки. Полученное решение удовлетворяет ОДЗ, запишем ответ. Ответ: $[-5/4; 1)$.</p>

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2024-2025 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 10	Вариант: 3
----------------------------------	--------------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Груз массой 2 кг, закрепленный на пружине жесткостью 200 Н/м, совершает гармонические колебания. Максимальное ускорение груза при этом равно 10 м/с ² . Какова максимальная скорость груза?	1	10
2	Тонкий обруч катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Скорость центра обруча Земли равна 3 м/с. Определить относительно Земли модуль скорости точки обруча, для которой радиус составляет с горизонтом угол 30°.	5,19	15
3	Вычислить: $\frac{8}{\sqrt{11} - \sqrt{3}} - \frac{9}{\sqrt{11} - \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$.	0	5
4	Решите уравнение: $\frac{1}{x - \sqrt{x^2 - x}} - \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - x}} = \sqrt{3}$.	4	5
5	Расстояния от точки М, лежащей внутри треугольника АВС, до его сторон АС и ВС соответственно равны 2 и 4. Найдите расстояние от точки М до прямой АВ, если АВ=10, ВС=17, АС=21.	29/5	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

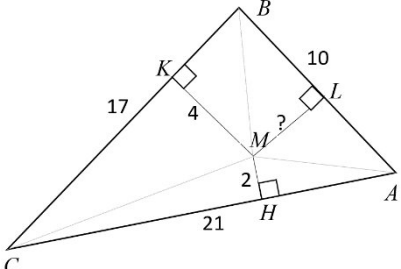
В ответе числа записывать в виде обыкновенной или конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
10 класс, 3 вариант

1	$k = m\omega^2; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $a_{max} = A * \omega^2; \quad v_{max} = A * \omega$ $\frac{a_{max}}{v_{max}} = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad v_{max} = a_{max} * \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 * \sqrt{\frac{2}{200}} = 1 \frac{м}{с}$
2	$\vec{V}_{отн. з.} = \vec{V}_{вр} + \vec{V}_{ц};$ $\beta = 180^\circ - \alpha - 90^\circ = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ <p>Так как проскальзывания нет, то $V_{вр} = V_{ц}$</p> $V_{отн. з.} = 2 V_{ц} \cos \frac{\beta}{2} = 2 * 3 * \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 * 1,73 = 5,19 \text{ (м/с)}.$
3	$\frac{8(\sqrt{11} + \sqrt{3})}{11 - 3} - \frac{9(\sqrt{11} - \sqrt{2})}{11 - 2} - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = 0$ <p>Ответ: 0.</p>
4	<p>Преобразуем левую часть уравнения: $\frac{1}{x - \sqrt{x^2 - x}} - \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - x}} =$</p> $\frac{x + \sqrt{x^2 - x}}{x^2 - (x^2 - x)} - \frac{x - \sqrt{x^2 - x}}{x^2 - (x^2 - x)} = \frac{2\sqrt{x^2 - x}}{x}.$ <p>Тогда уравнение приобретет вид</p> $\frac{2\sqrt{x^2 - x}}{x} = \sqrt{3}.$ <p>Ограничения для x: $x \in (-\infty; 0) \cup [1; +\infty)$. Решая уравнение, получим корни: $x = 0$ и $x = 4$.</p> <p>Учитывая ОДЗ, запишем ответ.</p> <p>Ответ: 4.</p>
5	 <p>Найдем площадь треугольника ABC по формуле Герона:</p> $S_{ABC} = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)} = \sqrt{24 * 4 * 7 * 3} = 84.$ $S_{ABC} = S_{CMA} + S_{CMB} + S_{BMA}.$ $S_{CMA} = \frac{1}{2} CA * MH = 21, \quad S_{CMB} = \frac{1}{2} CB * MK = 34,$ $S_{BMA} = S_{ABC} - (S_{CMA} + S_{CMB}) = 29. \text{ С другой стороны, } S_{BMA} = \frac{1}{2} BA * ML, \text{ значит}$ $ML = 29 / 5.$ <p>Ответ: 29/5.</p>

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2024-2025 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 10	Вариант: 4
----------------------------------	--------------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Бусинка может свободно скользить по обручу радиусом 4,5 м, который вращается относительно вертикальной оси, проходящей через его центр с угловой скоростью 2 рад/с. На какую максимальную высоту, относительно начального положения, поднимется бусинка? Ось лежит в плоскости обруча.	2	10
2	Шар массой 0,5 кг падает на невесомую вертикально расположенную пружину с коэффициентом жёсткости 1000 Н/м. Определить величину максимального сжатия пружины, если шар падает с высоты 0,3 м. Отсчёт высоты ведётся от верхнего края недеформированной пружины.	0,06	15
3	Из города А в город В, расстояние между которыми составляет 20 км, одновременно вышли 2 пешехода. Скорость одного из них была на 1 км/ч больше скорости другого, поэтому он затратил на весь путь на 60 мин меньше. Какова скорость каждого пешехода?	4 и 5	5
4	Решите уравнение: $4 + \frac{\sqrt{x+1} - 1}{2} = \frac{x}{\sqrt{x+1} + 1}$	80	5
5	При каких действительных значениях параметра a неравенство $(a - 2)2^{2x+1} + (1 - a)4^x > a - 2$ имеет хотя бы одно решение?	$a \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной или конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
10 класс, 4 вариант

1	<p>Решение:</p> $h_{max} = R_{обр} - R_{обр} * \cos \alpha ;$ $\vec{F}_{рез} = m\vec{a}$ <p>(oy) $a_y = 0$ $N \cos \alpha - mg = 0$</p> <p>(ox) $N * \sin \alpha = m a_{y.c} = m \omega^2 R_{обр} \sin \alpha$</p> $\left\{ \begin{array}{l} N \cos \alpha = mg \\ N = m \omega^2 R_{обр} \end{array} \right.$ $\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 R_{обр}}$ $h_{max} = R_{обр} - \frac{g * R_{обр}}{\omega^2 R_{обр}} = 4,5 - 2,5 = 2 \text{ (м)}.$
2	<p>Решение:</p> $mg(h + \Delta x_{max}) = \frac{k \Delta x_{max}^2}{2}$ $\frac{k \Delta x_{max}^2}{2} - mg \Delta x_{max} - mg * h = 0 ;$ <p>Подставляя численные значения и решая это квадратное уравнение, получаем $\Delta x_{max} = 0,06 \text{ м}$.</p>
3	<p>Пусть скорость первого пешехода v км/ч, тогда скорость второго $(v + 1)$ км/ч. Разница затраченного на путь времени 1 ч. Путь составлял 20 км. Составим уравнение: $20/v - 20/(v + 1) = 1$. Найдем $v = 4$ км/ч, тогда $(v + 1) = 5$ км/ч.</p> <p>Ответ: 4 и 5 км/ч.</p>
4	<p>Произведем замену $\sqrt{x+1} = t$ ($t \geq 0$), тогда уравнение примет вид $4 + \frac{t-1}{2} = \frac{t^2-1}{t+1}$. Преобразуем правую часть (ввели t так, что $t \geq 0$): $4 + \frac{t-1}{2} = t - 1$, откуда $t = 9$.</p> <p>Тогда $x + 1 = 81$. Откуда $x = 80$ (удовлетворяет ОДЗ подкоренного выражения: $x^3 - 1$).</p> <p>Ответ: 80.</p>
5	<p>Преобразуем исходное неравенство. $(a - 2) \cdot 2^{2x} + (1 - a) \cdot 2^{2x} > a - 2$ или $(2a - 4 + 1 - a) \cdot 2^{2x} > a - 2$. Получим $(a - 3) \cdot 2^{2x} > a - 2$. Данное неравенство не будет иметь решений, когда $\begin{cases} a - 2 < 0, \\ a - 3 > 0 \end{cases}$. Запишем ответ.</p> <p>Ответ: $a \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.</p>

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2024-2025 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 10	Вариант: 5
----------------------------------	-----------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Тело массой 10 г равномерно тонет в воде. Считая, что на нагревание тела идёт 50% выделяющейся при движении теплоты, определить, насколько градусов возрастёт температура тела при погружении на 10 м. Теплоёмкость тела 0,4 Дж/К. Плотность тела много больше плотности воды.	1,25	10
2	Открытую с обеих сторон трубку длиной 1,22 м погружают до половины в ртуть, затем закрывают верхнее отверстие трубки и вынимают её из ртути. В трубке остаётся столбик ртути длиной 27 см. Определить в кПа атмосферное давление, если плотность ртути равна 13,6 г/см ³ .	102,6	15
3	Мотоциклист задержался у шлагбаума на 24 минуты. Увеличив после этого свою скорость на 10 км/ч, он наверстал опоздание за 80 км. Определить скорость мотоциклиста до задержки у шлагбаума.	40	5
4	Решите уравнение: $\frac{1}{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}} + \frac{1}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}} = 1$.	2	5
5	Решите неравенство: $\sqrt{5 - x } > 2x$.	[-5; 1)	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Указания:

Задача считается решенной, если получены все ее решения.

В ответе числа записывать в виде обыкновенной или конечной десятичной дроби.

Если требуемый ответ или решение отсутствует – писать в ответе слово «НЕТ».

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
10 класс, 5 вариант

1	<p>Решение: $\vec{V} = \text{const}, \vec{F}_{\text{рез}} = 0;$ (оу): $F_{\text{сопр}} + F_A - mg = 0$ $F_A = \rho_B g * V$ $g = \frac{m}{V}$ $mg = \rho_T g V$; т.к. $\rho_T \gg \rho_B$ то $mg \gg F_A$ Силой Архимеда можно пренебречь $F_{\text{сопр}} = mg$ $Q_{\text{полн}} = F_{\text{сопр}} h = mg h$; $Q_{\text{тела}} = C\Delta T$; $C\Delta T = 0,5 * mgh$; $\Delta T = \frac{0,5mgh}{C} = \frac{0,5 * 0,01 * 10 * 10}{0,4} = 1,25$ (к)</p>
2	<p>Решение:</p> <p>Столбик ртути в равновесии: $p + \rho_{\text{р.т.}} g L_1 = P_{\text{ат}}$ Закон Бойля-Мариотта:</p> <p>$pV = \text{const}$</p> <p>$P_{\text{ат}} \frac{L}{2} S = p(L - L_1) S$</p> <p>$p = \frac{P_{\text{ат}} L}{2(L - L_1)}$ $\frac{P_{\text{ат}} L}{2(L - L_1)} + \rho_{\text{р.т.}} g L_1 = P_{\text{ат}}$; $P_{\text{ат}} (1 - \frac{L}{2(L - L_1)}) = \rho_{\text{р.т.}} g L_1$</p> <p>$P_{\text{ат}} = \frac{\rho_{\text{рт}} g L_1}{1 - \frac{L}{2(L - L_1)}} = \frac{13,6 * 10^3 * 10 * 0,27}{1 - \frac{1,22}{2(1,22 - 0,27)}} = 102,6 * 10^3$ (Па) = 102,6 кПа.</p>
3	<p>Пусть скорость мотоциклиста до задержки v км/ч, тогда после задержки его скорость $(v + 10)$ км/ч. Задержка у шлагбаума составила $24/60 = 2/5$ ч. Оставшийся путь составлял 80 км. Составим уравнение: $80/v - 80/(v + 10) = 2/5$. Найдем $v = 40$ км/ч. Ответ: 40 км/ч.</p>
4	<p>Преобразуем левую часть уравнения: $\frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{(2+x) - (2-x)} + \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{(2+x) - (2-x)} =$ $\frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{x}$. Тогда уравнение приобретет вид $\frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{x} = 1$.</p> <p>Ограничения для x: $x \in (0; 2]$. Решая уравнение, получим корни: $x = -2$ и $x = 2$.</p>

	<p>Учитывая ОДЗ, запишем ответ.</p> <p>Ответ: 2.</p>
5	<p>ОДЗ для подкоренного выражения: $x \in [-5; 5]$.</p> <p>Решение системы сводится к решению двух равновозможных случаев:</p> <p>$\begin{cases} x < 0, \\ 5 - x ^3 \geq 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x \geq 0, \\ 5 - x > 4x^2 \end{cases}$. Для первой системы получим решение $x \in [-5; 0)$.</p> <p>Для второй – $x \in [0; 1)$. Объединим полученные промежутки. Полученное решение удовлетворяет ОДЗ, запишем ответ.</p> <p>Ответ: [-5; 1).</p>

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2024-2025 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 11	Вариант: 1
----------------------------------	--------------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Поезд при подходе к платформе начинает тормозить и останавливается, пройдя путь 75 м. Определить модуль начальной скорости поезда, если за предпоследнюю секунду он прошёл расстояние 2,25 м. Движение поезда равнозамедленное.	15	10
2	С вершины длинной наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол 60° , бросают вниз тело с начальной скоростью 10 м/с под углом 30° к наклонной плоскости. На каком расстоянии от точки бросания находится точка падения тела на наклонную плоскость? Сопротивлением воздуха пренебречь.	34,6	15
3	Путь поезда состоит из трех участков, длины которых равны 200, 300, 100 км. Скорости движения поезда на этих участках постоянны и относятся как 10:6:5. За какое время поезд прошел первый участок пути, если известно, что средняя скорость поезда на всем пути равна $66\frac{2}{3}$ км/час?	2	5
4	Решите уравнение: $2 \lg \lg x = \lg(3 - 2 \lg x)$.	10	5
5	Решите уравнение: $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$.	$x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}$	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
11 класс, 1 вариант

1	<p>Решение: Пусть t - полное время торможения.</p> $S_t = V_0 t - \frac{at^2}{2}; \quad V = V_0 - at = 0; \quad V_0 = at$ $S_1 = S_{t-1} - S_{t-2}; \quad S_{t-1} = V_0(t-1) - \frac{a(t-1)^2}{2};$ $S_{t-2} = V_0(t-2) - \frac{a(t-2)^2}{2};$ $S_1 = V_0(t-1) - \frac{a(t-1)^2}{2} - V_0(t-2) + \frac{a(t-2)^2}{2} = V_0 * t - V_0 - V_0 * t + 2V_0 - \frac{a}{2}((t-1)^2 - (t-2)^2) =$ $= V_0 - \frac{a}{2}(t^2 - 2t + 1 - t^2 + 4t - 4) = V_0 - \frac{a}{2}(2t-3) = V_0 - at + \frac{3a}{2};$ $\left\{ \begin{array}{l} V_0 t - \frac{at^2}{2} = 75; \\ V_0 = at; \\ V_0 - at + \frac{3a}{2} = 2,25 \end{array} \right.$ $\frac{3a}{2} = 2,25; \quad a = 1,5 \left(\frac{M}{c^2}\right); \quad \frac{at^2}{2} = 75; \quad t = 10 \text{ (с)}$ $V_0 = 1,5 * 10 = 15 \text{ (м/с)}.$ $V_0 = 15 \text{ (м/с)}.$
2	<p>Решение:</p> $\Delta \vec{r} = \vec{V}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{z};$ $L = V_0 * \cos\beta * t + \frac{g * \sin\alpha * t^2}{2};$ <p>В момент t $V \parallel OX$;</p> $V_y = 0;$ $\vec{V} = \vec{V}_0 t + \vec{a}t;$ $V_y = V_0 \sin\beta - g * \cos\alpha * t = 0$ $t = \frac{V_0 \sin\beta}{g * \cos\alpha} = \frac{10 * (1/2)}{10 * (1/2)} = 1 \text{ (с)}.$ $t_{\text{полное}} = t_{\text{подъеме}} + t_{\text{спуске}} = 2 * t_{\text{под}} = 2 \text{ (с)}$ $L = 10 * \frac{\sqrt{3}}{2} * 2 + \frac{10 * \frac{\sqrt{3}}{2} * 4}{2} = 20\sqrt{3} = 20 * 1,73 = 34,6 \text{ (м)}$
3	<p>Путь поезда состоит из трех участков, длины которых равны 200, 300, 100 км. Скорости движения поезда на этих участках постоянны и относятся как 10:6:5. За какое время поезд прошел первый участок пути, если известно, что средняя скорость поезда на всем пути равна $66\frac{2}{3}$ км/час?</p> <p>Решение:</p> <p>Так как средняя скорость известна $V = 66\frac{2}{3} = \frac{200}{3}$ км/ч и весь путь $S = 200 + 300 + 100 = 600$ км, то время $t = \frac{600}{(200/3)} = 9$ ч. Обозначим скорости движения поезда на трёх участках:</p> <p>10x, 6x и 5x. Тогда $t_1 = \frac{200}{10x}$, $t_2 = \frac{300}{6x}$, $t_3 = \frac{100}{5x}$. $t_1 + t_2 + t_3 = 9$.</p> $\frac{200}{10x} + \frac{300}{6x} + \frac{100}{5x} = 9; \quad \frac{90}{x} = 9; \quad x = 10; \quad V_1 = 10x = 100; \quad t_1 = \frac{200}{100} = 2.$ <p>Ответ: 2</p>
4	<p>Решите уравнение: $2 \lg \lg x = \lg(3 - 2 \lg x)$.</p>

Решение:Найдём допустимые значения x :

$$\begin{cases} x > 0 \\ \lg x > 0 \\ 3 - 2\lg x > 0 \end{cases} \Rightarrow 1 < x < 10^{3/2} \quad (*)$$

$$\lg(\lg^2 x) = \lg(3 - 2\lg x)$$

$$\lg^2 x = 3 - 2\lg x$$

$$\lg^2 x + 2\lg x - 3 = 0$$

$$\lg x = -3, x = 10^{-3} \text{ (не удовлетворяет условию *)}$$

$$\lg x = 1, x = 10.$$

Ответ: 10

5

Решите уравнение: $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$.

Решение:

$$(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x = \frac{5}{8}$$

$$2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{5}{8}$$

$$\frac{1}{2}\sin^2 2x = \frac{3}{8}$$

$$\frac{1 - \cos 4x}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\cos(4x) = -\frac{1}{2}; 4x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}.$$

Ответ: $x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}$

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 11	Вариант: 2
----------------------------------	--------------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Тело массой 0,4 кг начинает скользить с начальной скоростью 12 м/с вверх по наклонной плоскости, составляющей угол 30° с горизонтом. Определить работу сил трения за 3,6 с движения, если коэффициент трения равен отношению $\sqrt{3}$ к 6.	-14,6	10
2	Давление газа в горизонтальной запаянной трубке, разделённой столбиком ртути массой 10г на два объёма на 50см^3 , равно 12 кПа. Найти в квадратных сантиметрах площадь сечения трубки, если при вертикальном положении трубки верхний объём газа больше нижнего объёма на 20 см^3 .	0,2	15
3	Путь поезда состоит из трех участков, длины которых равны 200, 300, 100 км. Скорости движения поезда на этих участках постоянны и относятся как 10:6:5. За какое время поезд прошел второй участок пути, если известно, что средняя скорость поезда на всем пути равна $66\frac{2}{3}$ км/час?	5	5
4	Решите уравнение: $\frac{x}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_x 3} = \frac{1}{\log_3 x}$.	1/9	5
5	Решите уравнение: $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2} \sin 2x$.	$x = \frac{p}{4} + pk$	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10\text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8\text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3\text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23}\text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9\text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3}\text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34}\text{ Дж}\cdot\text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3}\text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1\text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
11 класс, 2 вариант

1	<p>Решение:</p> <p>а) $A_{\text{тр}} = -F_{\text{тр}} * S_{\text{подъема}}$</p> <p>$F_{\text{тр}} = \mu * N$; $N = m * g * \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{6} * 0,4 * 10 * \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 \text{ (Н)}$.</p> <p>$a = g(\sin\alpha + \mu * \cos\alpha) = 10 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6} * \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 10 * \frac{3}{4} = 7,5 \text{ (м/с}^2\text{)}$</p> <p>$V_0^2 - V^2 = 2 a * S_{\text{под}}; S_{\text{под}} = \frac{V_0^2}{2a} = \frac{144}{15} = 9,6 \text{ (м)}$.</p> <p>$A_{\text{тр. под.}} = -1 \text{ н} * 9,6 \text{ м} = -9,6 \text{ Дж}; V = V_0 - a t_{\text{под}} = 0$.</p> <p>б) $t_{\text{под}} = \frac{V_0}{a} = \frac{12}{7,5} = 1,6 \text{ (с)}$.</p> <p>$t_{\text{спуска}} = t - t_{\text{под}} = 3,6 - 1,6 = 2 \text{ (с)}$.</p> <p>$S_{\text{спуске}} = \frac{a t_{\text{сп}}^2}{2}$;</p> <p>$g * \sin - \mu * g * \cos\alpha = a'$;</p> <p>$a' = g(\sin\alpha - \mu * \cos\alpha) = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} * \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 10 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = 2,5 \text{ (м/с}^2\text{)}$</p> <p>$S_{\text{спуска}} = \frac{2,5 * 4}{2} = 5 \text{ (м)}$;</p> <p>$A_{\text{тр спуск}} = -1 \text{ н} * 5 \text{ м} = -5 \text{ (Дж)}$;</p> <p>$A_{\text{тр}} = -9,6 + (-5) = -14,6 \text{ (Дж)}$.</p> <p>$A_{\text{тр}} = -14,6 \text{ (Дж)}$</p>
2	<p>Решение:</p> <p>$V_1' + V_2' = 2V = 10 * 10^{-5} \text{ м}^3$</p> <p>+</p> <p>$V_1' - V_2' = 2 * 10^{-5} \text{ м}^3$</p> <p>=</p> <p>$2V_1' = 12 * 10^{-5} \text{ м}^3$</p> <p style="text-align: center;">$T = \text{const}; PV = \text{const}; PV = P_1' V_1'; PV = P_2' V_2';$</p> <p>$P = \frac{F}{S}; F = PS;$</p> <p>$P_1' S + m_{\text{рт}} g = P_2' S; m_{\text{рт}} g = (P_2' - P_1') S;$</p> <p>$S = \frac{m_{\text{рт}} g}{P_2' - P_1'}; P_2' = \frac{PV}{V_2'}; P_1' = \frac{PV}{V_1'};$</p> <p>$S = \frac{m_{\text{рт}} g}{\frac{PV}{V_2'} - \frac{PV}{V_1'}} = \frac{m_{\text{рт}} g}{PV \left(\frac{1}{V_2'} - \frac{1}{V_1'} \right)} = \frac{m_{\text{рт}} g V_1' V_2'}{PV(V_1' - V_2')} = \frac{10^{-2} * 10 * 6 * 10^{-5} * 4 * 10^{-5}}{12 * 10^3 * 5 * 10^{-5} * 2 * 10^{-5}} = 2 * 10^{-5} \text{ (м}^2\text{)}$</p> <p>$= 0,2 \text{ см}^2$</p> <p>$S = 0,2 \text{ см}^2$</p>
3	<p>Путь поезда состоит из трех участков, длины которых равны 200, 300, 100 км. Скорости движения поезда на этих участках постоянны и относятся как 10:6:5. За какое время поезд прошел второй участок пути, если известно, что средняя скорость поезда на всем пути равна $66 \frac{2}{3}$ км/час?</p>

Решение:

Так как средняя скорость известна $V = 66 \frac{2}{3} = \frac{200}{3}$ км/ч и весь путь $S = 200 + 300 + 100 = 600$ км, то время $t = \frac{600}{(200/3)} = 9$ ч. Обозначим скорости движения поезда на трёх участках:

$10x$, $6x$ и $5x$. Тогда $t_1 = \frac{200}{10x}$, $t_2 = \frac{300}{6x}$, $t_3 = \frac{100}{5x}$. $t_1 + t_2 + t_3 = 9$.

$$\frac{200}{10x} + \frac{300}{6x} + \frac{100}{5x} = 9; \quad \frac{90}{x} = 9; \quad x = 10; \quad V_2 = 6x = 60; \quad t_2 = \frac{300}{60} = 5.$$

Ответ: 5

4

Решите уравнение: $\log_3^2 x + \frac{2}{\log_x 3} \log_3 x = 0$

Решение:

Найдём допустимые значения x :

$$x > 0, \quad x \neq 1 \quad (*)$$

$$(\log_3^2 x + 2 \log_3 x) \frac{1}{\log_3 x} = 0; \quad \log_3 x + 2 = 0; \quad X = 3^{-2} = \frac{1}{9}.$$

Ответ: $\frac{1}{9}$

5

Решите уравнение: $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2} \sin 2x$

Решение:

$$(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\frac{1}{2} \sin^2 2x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x; \quad \sin^2 2x + \sin 2x - 2 = 0; \quad \sin 2x = 1$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$X = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

Ответ: $X = \frac{\pi}{4} + \pi k$

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 11	Вариант: 3
----------------------------------	-----------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Центры $N=2744$ одинаковых маленьких сферических капелек ртути, имеющих одинаковые заряды, удерживают на одной окружности в вакууме. Капельки равномерно распределены по окружности. Расстояние между соседними капельками много меньше их радиусов. При этом потенциал электрического поля в центре окружности $\varphi=9$ В. Чему будет равен потенциал капли, полученной в результате слияния всех 2744 капелек?	562	10
2	К полюсу батареи с ЭДС 16,8 В и сопротивлением 2,1 Ом подключены резисторы 1 Ом и 4 Ом, к минусу – 2 Ом и 3 Ом. Найти модуль разности потенциалов между точкой соединения резисторов 1 Ом и 2 Ом и точкой соединения резисторов 4 Ом и 3 Ом.	2	15
3	Путь поезда состоит из трех участков, длины которых равны 200, 300, 100 км. Скорости движения поезда на этих участках постоянны и относятся как 10:6:5. Найдите скорость движения поезда на первом участке пути, если известно, что средняя скорость поезда на всем пути равна $66\frac{2}{3}$ км/час.	100	5
4	Решите уравнение: $\log_4 x^2 = \log_2 (6 - x^2)$.	± 2	5
5	Решите уравнение: $\sin^4 x - \cos^4 x = \cos 4x$.	$x = \frac{p}{6} + \frac{pk}{3}$	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
11 класс, 3 вариант

1	<p>Решение:</p> $\varphi_{\text{ц}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{Nq}{r}; \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{Nq}{R};$ $\frac{\varphi}{\varphi_{\text{ц}}} = \frac{r}{R}; \frac{l}{2} = 2\pi r = 2Nr_{\text{капл}}; r_{\text{капл}} = \frac{\pi r}{N}; V_{\text{б.капл}} = NV_{\text{капл}};$ $\frac{4}{3}\pi R^3 = N\frac{4}{3}\pi r_{\text{капл}}^3; R = \left(\sqrt[3]{N}\right) * r_{\text{капл}};$ $\frac{\varphi}{\varphi_{\text{ц}}} = \frac{r}{R} = \frac{r_{\text{капл}}N}{\pi R} = \frac{r_{\text{капл}}N}{\pi \left(\sqrt[3]{N}\right) * r_{\text{капл}}};$ $\varphi = \frac{\varphi_{\text{ц}}}{\pi} * N\frac{2}{3} = \frac{9 * 196}{3,14} \approx 562(\text{В})$ <p>$\varphi \approx 562(\text{В})$</p>
2	<p>Решение:</p> $\Delta \varphi = \varphi_A - \varphi_B ;$ $R_{13} = R_1 + R_3 = 1 + 2 = 3(\text{Ом}); R_{24} = R_2 + R_4 = 4 + 3 = 7(\text{Ом});$ $R_{\text{общ}} = \frac{R_{13} * R_{24}}{R_{13} + R_{24}} = \frac{3 * 7}{3 + 7} = 2,1(\text{Ом});$ $I = \frac{E}{R_{\text{общ}} + r} = \frac{16,8}{2,1 + 2,1} = 4(\text{А});$ $I = I_1 + I_2; U_{13} = U_{24}; I = \frac{U}{R};$ $I_1 R_{13} = I_2 R_{24}; 3I_1 = 7I_2;$ $I_1 = 4 - I_2; 3(4 - I_2) = 7I_2; 12 - 3I_2 = 7I_2;$ $I_1 + I_2 = 4; I_2 = 1,2(\text{А}); I_1 = 2,8(\text{А});$ $U_1 = I_1 R_1 = 2,8(\text{В});$ $U_2 = I_2 R_2 = 1,2 * 4 = 4,8(\text{В});$ $ \Delta \varphi = U_1 - U_2 = 2(\text{В})$ <p>$\Delta \varphi = 2(\text{В})$</p>
3	<p>Путь поезда состоит из трех участков, длины которых равны 200, 300, 100 км. Скорости движения поезда на этих участках постоянны и относятся как 10:6:5. Найдите скорость движения поезда на первом участке пути, если известно, что средняя скорость поезда на всем пути равна $66\frac{2}{3}$ км/час.</p> <p>Решение:</p> <p>Так как средняя скорость известна $V = 66\frac{2}{3} = \frac{200}{3}$ км/ч и весь путь $S = 200+300+100 = 600$ км, то время $t = \frac{600}{(200/3)} = 9$ ч. Обозначим скорости движения поезда на трёх участках: 10x, 6x и 5x. Тогда $t_1 = \frac{200}{10x}, t_2 = \frac{300}{6x}, t_3 = \frac{100}{5x}. t_1 + t_2 + t_3 = 9.$</p> $\frac{200}{10x} + \frac{300}{6x} + \frac{100}{5x} = 9; \frac{90}{x} = 9; x = 10; V_1 = 10x = 100.$ <p>Ответ: 100</p>
4	<p>Решите уравнение: $\log_4 x^2 = \log_2 (6 - x^2).$</p> <p>Решение:</p> <p>Найдём допустимые значения x:</p>

$$\begin{cases} x > 0 \\ |x| < \sqrt{6} \end{cases} (*)$$

$$\frac{1}{2} \log_2 x^2 = \log_2 (6 - x^2); \log_2 x^2 = \log_2 (6 - x^2)^2; x^2 = 36 - 12x^2 + x^4$$

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \quad (x^2)_1 = 9, (x^2)_2 = 4$$

$$x_{12} = \pm 3 \text{ (не удовлетворяет условию *)}$$

$$x_{34} = \pm 2$$

Ответ: ± 2

5 Решите уравнение: $\sin^4 x - \cos^4 x = \cos 4x$.

Решение:

$$(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \cos 4x$$

$$-\cos 2x = \cos 4x; \quad \cos 4x + \cos 2x = 0; \quad 2\cos 3x \cdot \cos x = 0$$

$$1) \quad \cos 3x = 0 \quad 3x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}$$

$$2) \quad \cos x = 0 \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ (является подмножеством решения 1) } x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}.$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}$

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 11	Вариант: 4
----------------------------------	--------------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Заряженная частица влетела в однородное магнитное поле под углом $\alpha=30^\circ$ к его силовым линиям. Двигаясь по винтовой линии радиуса $R=2,5$ см, частица за некоторый промежуток времени прошла путь $S=2,2$ м. Сколько полных оборотов за это время совершила частица?	7	10
2	На горизонтальной подставке, совершающей гармонические колебания по вертикали, лежит груз. При какой минимальной амплитуде колебаний груз оторвется от подставки, если период колебаний равен $1,57$ с? Ответ записать в сантиметрах.	62,5	15
3	Путь поезда состоит из трех участков, длины которых равны $200, 300, 100$ км. Скорости движения поезда на этих участках постоянны и относятся как $10:6:5$. Найдите скорость движения поезда на втором участке пути, если известно, что средняя скорость поезда на всем пути равна $66\frac{2}{3}$ км/час.	60	5
4	Решите уравнение: $9^{2\log_{25} x^2} + \log_{\sqrt{2}} 2\sqrt{2} = \frac{1}{2} (9^{\log_{25} x+1} - 9^{\log_{25} x})$.	1;5	5
5	Решите уравнение: $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{7}{8}$.	$x = \pm \frac{p}{12} + \frac{pk}{2}$	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
11 класс, 4 вариант

1	<p>Решение:</p> $S = N\sqrt{4\pi^2 R^2 + h^2}; h = v_0 \cos \alpha T; 2\pi R = v_0 \sin \alpha T;$ $\frac{2\pi R}{h} = \operatorname{tg} \alpha;$ $h = \frac{2\pi R}{\operatorname{tg} \alpha};$ $N = \frac{S}{\sqrt{(4\pi^2 R^2 + \frac{4\pi^2 R^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha})}} \approx 7$ <p>$N \approx 7$</p>
2	<p>Решение:</p> $x = A \cos(\omega t + \varphi_0); v = x' = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0);$ $a = v' = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0); g = a = A_{\min} \omega^2;$ $A_{\min} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g}{(\frac{2\pi}{T})^2} = \frac{g}{(\frac{2\pi}{\pi})^2} = \frac{10}{16} = 0,625 \text{ м} = 62,5 \text{ (см)}$ <p>$A_{\min} = 62,5 \text{ (см)}$</p>
3	<p>Путь поезда состоит из трех участков, длины которых равны 200, 300, 100 км. Скорости движения поезда на этих участках постоянны и относятся как 10:6:5. Найдите скорость движения поезда на втором участке пути, если известно, что средняя скорость поезда на всем пути равна $66\frac{2}{3}$ км/час.</p> <p>Решение:</p> <p>Так как средняя скорость известна $V = 66\frac{2}{3} = \frac{200}{3}$ км/ч и весь путь $S = 200 + 300 + 100 = 600$ км, то время $t = \frac{600}{(200/3)} = 9$ ч. Обозначим скорости движения поезда на трёх участках: 10x, 6x и 5x. Тогда $t_1 = \frac{200}{10x}, t_2 = \frac{300}{6x}, t_3 = \frac{100}{5x} \cdot t_1 + t_2 + t_3 = 9$.</p> $\frac{200}{10x} + \frac{300}{6x} + \frac{100}{5x} = 9; \frac{90}{x} = 9; x = 10; V_2 = 6x = 60$ <p>Ответ: 60</p>
4	<p>Решите уравнение: $9^{2\log_{25} x^2} + \log_{\sqrt{2}} 2\sqrt{2} = \frac{1}{2}(9^{\log_{25} x+1} - 9^{\log_{25} x})$.</p> <p>Решение:</p> <p>Найдём допустимые значения x: $x > 0$ (*)</p> <p>Так как $x > 0$, то $\log_{25} x^2 = 2\log_{25} x = 2\log_{25} x$</p> <p>Обозначим $\log_{25} x = t$, тогда</p> $9^{2t} + \log_2 8 = \frac{1}{2}(9^{t+1} - 9^t)$ $9^{2t} + 3 = \frac{1}{2}(9 \cdot 9^t - 9^t)$ $9^{2t} + 3 = \frac{1}{2}(8 \cdot 9^t)$

$$9^{2t} - \log_2 8 = 4 \cdot 9^t; \text{ обозначим } 9^t = a. \text{ Тогда } a^2 - 4a + 3 = 0; a_1 = 3; a_2 = 1$$

$$9^t = 3, t = \frac{1}{2}, \log_{25} x = \frac{1}{2}, x = 5$$

$$9^t = 1, t = 0, \log_{25} x = 0, x = 1.$$

Ответ: 5; 1

5 Решите уравнение: $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{7}{8}$.

Решение:

$$\begin{aligned} (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x &= \frac{7}{8} \\ 2\sin^2 x \cos^2 x &= 1 - \frac{7}{8} \\ \frac{1}{2} \sin^2 2x &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$\frac{1 - \cos 4x}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\cos 4x = \frac{1}{2}; 4x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 11	Вариант: 5
----------------------------------	--------------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	В идеальном колебательном контуре в некоторый момент времени заряд на пластинах конденсатора равен $q=2 \cdot 10^{-9}$ Кл, а сила тока в катушке $I=6$ мА. Определить амплитуду колебаний, если период колебаний $T=6 \cdot 10^{-6}$ с.	$6,1 \cdot 10^{-9}$	10
2	Нитяной маятник, подвешенный к потолку на нити длиной 2м, совершает гармонические колебания, при которых максимальная скорость груза достигает 0,25 м/с. При помощи собирающей линзы изображение колеблющегося груза проецируется на экран, расположенный на расстоянии 0,45м от плоскости линзы. Главная оптическая ось линзы перпендикулярна плоскости колебаний маятника и плоскости экрана. Максимальное смещение изображения груза на экране от проекции положения равновесия составляет 0,1м. Чему равно фокусное расстояние линзы?	0,24	15
3	Путь поезда состоит из трех участков, длины которых равны 200, 300, 100 км. Скорости движения поезда на этих участках постоянны и относятся как 10:6:5. Найдите скорость движения поезда на третьем участке пути, если известно, что средняя скорость поезда на всем пути равна $66 \frac{2}{3}$ км/час.	50	5
4	Решите уравнение: $\log_3^2 x - \frac{\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{3}}{\log_x 3} + 2^{2\log_4 3} = 0$.	3;27	5
5	Решите уравнение: $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos 2x$.	$x = \pi k$	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

Решение
11 класс, 5 вариант

1	<p>Решение:</p> $q = q_{max} \sin(\omega t); i = q' = q_{max} \cos \omega t; \omega = \frac{2\pi}{T};$ $q_{max} \sin(\omega t) = q; q_{max} \cos(\omega t) = \frac{I}{\omega};$ $q_{max}^2 = q^2 + \frac{I^2}{\omega^2} = q^2 + \frac{I^2 T^2}{2\pi^2} = q^2 + \left(\frac{IT}{4\pi}\right)^2 = 4 * 10^{-18} + \left(\frac{6 * 10^{-3} * 6 * 10^{-6}}{2 * 3,14}\right)^2 \approx 36,8 * 10^{-18};$ $q_{max} \approx 6,1 * 10^{-9} \text{ Кл.}$
2	<p>Решение:</p> $x = A \cos(\omega t + \varphi_0); v = x' = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0); v_{max} = A\omega;$ $\omega = \frac{2\pi}{T}; T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; v_{max} = A \frac{2\pi}{T} = A \sqrt{\frac{g}{l}};$ $A = \frac{v_{max}}{\sqrt{g}}; \frac{A}{A'} = \frac{d}{f};$ $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}; \frac{1}{F} = \frac{A'}{Af} + \frac{1}{f} = \frac{A' + A}{Af};$ $F = \frac{Af}{A' + A} = \frac{f}{\frac{A'}{A} + 1} = \frac{f}{\frac{v_{max} \sqrt{l}}{v_{max}} + 1} =$ $= \frac{0,45}{\frac{0,1\sqrt{5}}{0,25} + 1} = \frac{0,45 * 0,25}{0,1\sqrt{5} + 0,25} = \frac{4,5 * 0,25}{\sqrt{5} + 2,5} = 0,24(\text{м})$ <p>$F = 0,24(\text{м})$</p>
3	<p>Путь поезда состоит из трех участков, длины которых равны 200, 300, 100 км. Скорости движения поезда на этих участках постоянны и относятся как 10:6:5. Найдите скорость движения поезда на третьем участке пути, если известно, что средняя скорость поезда на всем пути равна $66\frac{2}{3}$ км/час.</p> <p>Решение:</p> <p>Так как средняя скорость известна $V = 66\frac{2}{3} = \frac{200}{3}$ км/ч и весь путь $S = 200+300+100 = 600$ км, то время $t = \frac{600}{(200/3)} = 9$ ч. Обозначим скорости движения поезда на трёх участках: 10x, 6x и 5x. Тогда $t_1 = \frac{200}{10x}, t_2 = \frac{300}{6x}, t_3 = \frac{100}{5x}. t_1 + t_2 + t_3 = 9.$</p> $\frac{200}{10x} + \frac{300}{6x} + \frac{100}{5x} = 9; \frac{90}{x} = 9; x = 10; V_3 = 5x = 50.$ <p>Ответ: 50</p>
4	<p>Решите уравнение: $\log_3^2 x - \frac{\log_{\sqrt[3]{3}} 3^{\sqrt[3]{3}}}{\log_x 3} + 2^{2\log_4 3} = 0.$</p> <p>Решение:</p> <p>Найдём допустимые значения x: $x > 0, x \neq 1$ (*)</p>

$$\log_3^2 x - 4\log_3 x + 2^{\log_2 3} = 0;$$

$$\log_3^2 x - 4\log_3 x + 3 = 0; (\log_3 x)_1 = 3; (\log_3 x)_2 = 1;$$

$$x_1 = 27; x_2 = 3$$

Ответ: 27; 3

5 Решите уравнение: $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos 2x$.

Решение:

$$(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x = \cos 2x$$

$$1 - \cos 2x = 2\sin^2 x \cos^2 x$$

$$2\sin^2 x - 2\sin^2 x \cos^2 x = 0$$

$$2\sin^2 x (1 - \cos^2 x) = 0$$

$$\sin^4 x = 0$$

$$x = \pi k$$

Ответ: $x = \pi k$