

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 8	Вариант: 1
----------------------------------	--------------------------------------	----------	------------

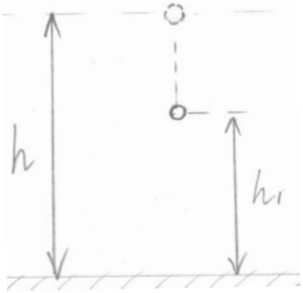
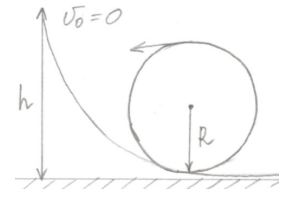
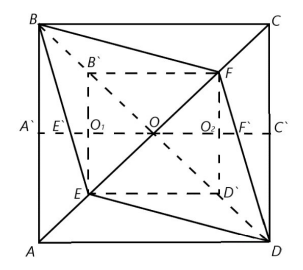
№	Задача	Ответ	Балл
1	Свободно падающий камень пролетел последние три четверти пути за 1 с. С какой высоты падал камень, если его начальная скорость равна нулю? Сопротивлением воздуха пренебречь.	20	10
2	Небольшое тело массой 1 кг начинает соскальзывать по гладкому наклонному желобу с высоты 2,5 м, переходящему в «мёртвую петлю» радиусом 1 м. Определить кинетическую энергию тела в момент прохождения верхней точки «мертвой петли». Сопротивлением воздуха пренебречь.	5	15
3	Вычислить: $\frac{12}{\sqrt{15}-3} - \frac{28}{\sqrt{15}-1} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3}$	<b>6</b>	5
4	Решить уравнение: $ x+5  +  x-3  = 10$ .	-6 и 4	5
5	Сторона квадрата ABCD равна 9 см. Точки E и F лежат на его диагонали AC, так что площадь ромба BEDF равна половине площади квадрата. Найти длину части средней линии, находящейся внутри ромба.	6	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;  
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**8 класс, 1 вариант**

1	<p>Дано: <math>h_1 = \frac{3}{4}h; t_1 = 1(c); v_0 = 0; h - ?</math></p> <p>Решение:</p> $h = \frac{gt^2}{2}; h - h_1 = \frac{g(t - t_1)^2}{2}; h - h_1 = h - \frac{3}{4}h = \frac{1}{4}h;$ $\frac{1}{4} \frac{gt^2}{2} = \frac{g(t - t_1)^2}{2}; \frac{1}{2}t = t - t_1; t_1 = \frac{1}{2};$ $t = 2t_1 = 2(c); h = 20(м)$ <p>Ответ: <math>h = 20(м)</math></p>	
2	<p>Дано: <math>m = 1(кг); h = 2.5(м); R = 1(м); E_{кин.верх} - ?</math></p> <p>Решение:</p> $mgh = E_{кин.верх} + mg2R;$ $E_{кин.верх} = mg(h - 2R) = 5(Дж)$ <p>Ответ: <math>mgh = 5(Дж)</math></p>	
3	<p>Дано:</p> <p>Решение:</p> $\frac{12}{\sqrt{15}-3} - \frac{28}{\sqrt{15}-1} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3} = \frac{12 \cdot (\sqrt{15}+3)}{(\sqrt{15}-3) \cdot (\sqrt{15}+3)} - \frac{28 \cdot (\sqrt{15}+1)}{(\sqrt{15}-1) \cdot (\sqrt{15}+1)} + \frac{1 \cdot (2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3}) \cdot (2+\sqrt{3})} - \sqrt{3} =$ $= \frac{12 \cdot (\sqrt{15}+3)}{15-9} - \frac{28 \cdot (\sqrt{15}+1)}{15-1} + \frac{1 \cdot (2+\sqrt{3})}{4-3} - \sqrt{3} = \frac{12 \cdot (\sqrt{15}+3)}{6} - \frac{28 \cdot (\sqrt{15}+1)}{14} + \frac{1 \cdot (2+\sqrt{3})}{1} - \sqrt{3} =$ $= 2 \cdot (\sqrt{15}+3) - 2 \cdot (\sqrt{15}+1) + 2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{15} + 6 - 2 \cdot \sqrt{15} - 2 + 2 = 6$ <p>Ответ: 6.</p>	
4	<p>Дано:</p> <p>Решение:</p> <p>Рассмотрим данное уравнение на трех промежутках. Для <math>x \in (-\infty, -5]</math> получим уравнение <math>-x - 5 - x + 3 = 10</math>, откуда получим <math>x = -6</math> (полученное решение принадлежит рассматриваемому промежутку). Для <math>x \in (-5, 3)</math> получим уравнение <math>x + 5 - x + 3 = 10</math>, не имеющее решений. Для <math>x \in [3, +\infty)</math> получим уравнение <math>x + 5 + x - 3 = 10</math>, откуда получим <math>x = 4</math> (полученное решение принадлежит рассматриваемому промежутку).</p> <p>Ответ: <math>-6</math> и <math>4</math></p>	
5	<p>Дано:</p> <p>Решение:</p> <p><math>AC</math> - средняя линия квадрата, тогда <math> EF </math> - искомая величина. <math>S_{BEDF} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 81 \text{ см}^2</math>, диагональ квадрата <math> BD  = 9\sqrt{2}</math> см. Площадь ромба можно найти как <math>S_{BEDF} = \frac{1}{2}  BD  \cdot  EF </math>. Значит, <math> EF  = \frac{9\sqrt{2}}{2}</math> см и <math> AE  =  EO  =  OF  =  FC </math>. Рассмотрим <math>\triangle ABO</math>. <math>E</math> - точка пересечения медиан <math>BE</math> и <math>OA'</math>. Значит <math> OE  :  EA'  = 2 : 1</math>. Тогда <math> EA'  = \frac{1}{3}  OA'  = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2} = \frac{3}{2}</math> <math> EF  =  AC  - 2 \cdot  EA'  = 9 - 3 = 6</math> см</p> <p>Ответ: 6</p>	

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 8	Вариант: 2
----------------------------------	-----------------------------------	----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Нагреватель сопротивлением 640 Ом за 1 ч вскипятил 4,2 кг воды, взятой при 293 К. Определить заряд, прошедший через нагреватель. Удельная теплоёмкость воды равна 4200 Дж/кг×К, КПД нагревателя — 80%, а ток в цепи постоянный.	3150	10
2	На двух тонких нитях висит горизонтально расположенный стержень длиной 2 м и массой 0,5 кг. Стержень находится в однородном магнитном поле, индукция которого 0,5 Тл и направлена вниз. На сколько градусов отклонятся нити от вертикали, если пропустить по стержню ток 5 А?	45	15
3	Решить неравенство: $\frac{x+1}{4} - \frac{4x+1}{5} \leq \frac{7-3x}{10}$ .	$x \in [-2,6; +\infty)$	5
4	В трапеции ABCD углы при основании AB равны 90° и 45°. Найти высоту трапеции, если разность ее оснований равна 40.	40	5
5	Найти решения уравнения $ 5x+2a =1-4x$ в зависимости от значений параметра a.	$a \in \left[-\frac{5}{8}; +\frac{1}{\emptyset}\right)$	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**8 класс, 2 вариант**

1	Дано:  Решение:  Ответ:	$R = 640 \text{ (Ом)}; t = 1 \text{ (ч)} = 3600 \text{ (с)}; m = 4.2 \text{ (кг)};$ $T_1 = 293 \text{ (К)}; T_2 = 373 \text{ (К)}; c = 4200 \left( \frac{\text{Дж}}{\text{кгК}} \right);$ $= 80\% = 0.8; q - ?$ $Q_{\text{полезн}} = cm(T_2 - T_1); Q_{\text{полн}} = I^2 Rt;$ $= \frac{Q_{\text{полезн}}}{Q_{\text{полн}}} = \frac{cm(T_2 - T_1)}{I^2 Rt}; I = \sqrt{\frac{cm(T_2 - T_1)}{Rt}} = \frac{7}{8} \text{ (А)};$ $I = \frac{q}{t}; q = It = 3150 \text{ (Кл)}$ $q = 3150 \text{ (Кл)}$	
2	Дано:  Решение:  Ответ:	$l = 2 \text{ (м)}; m = 0.5 \text{ (кг)}; B = 0.5 \text{ (Тл)}; I = 5 \text{ (А)}; - ?$ $\vec{F}_{\text{рез}} = 0; F_A = IBl; \text{tg } \alpha = \frac{F_A}{mg} = \frac{IBl}{mg} = 1$ $\alpha = \arctg 1 = 45^\circ$ $\alpha = 45^\circ$	
3	Решение:	Умножим обе части заданного неравенства на 20: $5x + 5 - 16x - 4 \leq 14 - 6x$ . Преобразував, получим: $- 5x \leq 13$ , т.е. $x \geq -2,6$ . <b>Ответ:</b> $x \in [-2,6, +\infty)$	
4	Решение:	Трапеция, указанная в условии, имеет вид:  Проведем дополнительные построения и получим:  По условию разность оснований равна 40, т.е. $ NB  = 40 \text{ см.}$ Прямоугольный треугольник HCB будет являться равнобедренным. Значит, искомая высота $ CH  = 40 \text{ см.}$	
	Ответ:	40 см	
5			

<p><b>Решение:</b></p>	<p><math> 5x + 2a  = 1 - 4x</math>. Возведем в квадрат левую и правую части:</p> <p><math>(5x + 2a)^2 = (1 - 4x)^2</math> или</p> <p><math>(5x + 2a)^2 - (1 - 4x)^2 = 0</math>, т.е.</p> <p><math>(5x + 2a - 1 + 4x)(5x + 2a + 1 - 4x) = 0</math>.</p> <p>Корни уравнения: <math>x = \frac{1 - 2a}{9}</math> или <math>x = -1 - 2a</math>. Учитывая, что выражение под модулем должно быть неотрицательным, то <math>1 - 4x \geq 0</math>, т.е. <math>x \leq \frac{1}{4}</math>. Тогда <math>\frac{1 - 2a}{9} \leq \frac{1}{4}</math> или <math>-1 - 2a \leq \frac{1}{4}</math>.</p> <p>Решая полученную систему неравенств, получим: <math>a \geq -\frac{5}{8}</math>.</p>	
<p><b>Ответ:</b></p>	<p><math>a \geq -\frac{5}{8}</math>; <math>+\infty</math></p>	

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 8	Вариант: 3
----------------------------------	-----------------------------------	----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Удельная теплоёмкость никеля в 2 раза больше удельной теплоемкости олова. Во сколько раз количество тепла, необходимого для нагревания 2 кг никеля на 5 К, больше количества тепла, необходимого для нагревания 5 кг олова на 2 К?	2	10
2	Свободно падающий камень пролетел последние три четверти пути за 1 с. С какой высоты падал камень, если его начальная скорость равна нулю? Сопротивлением воздуха пренебречь.	20	15
3	Решить систему: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{10}{x} - \frac{9}{y} = -7 \end{cases}$	$\frac{1}{x} = 2; \frac{1}{y} = 3$	5
4	Расстояние от А до В автобус проходит по расписанию со скоростью 40 км/ч. Однажды пройдя половину пути, он сделал остановку на 20 минут и, чтобы прийти в В по расписанию увеличил на второй половине пути скорость до 45 км/ч. Найти расстояние от А до В,	240	5
5	Найти значения k и b функции вида $y=kx+b$ , если известно, что график функции проходит через точки А(3;9) и В(-6;-9). Определить точку пересечения этого графика с графиком функции $y=-3x+5$ .	$k = 2,$ $b = 3,$ (0,4; 3,8)	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**8 класс, 3 вариант**

1	Дано:	$c_{Ni} = 2c_{Sn}; m_{Ni} = 2(\text{кг}); \Delta T_{Ni} = 5(\text{K});$ $m_{Sn} = 5(\text{кг}); \Delta T_{Sn} = 2(\text{K}); \frac{Q_{Ni}}{Q_{Sn}} = ?$	
	Решение:	$Q = cm\Delta T; \frac{Q_{Ni}}{Q_{Sn}} = \frac{c_{Ni}m_{Ni}\Delta T_{Ni}}{c_{Sn}m_{Sn}\Delta T_{Sn}} = 2$	
	Ответ:	$\frac{Q_{Ni}}{Q_{Sn}} = 2$	
2	Дано:	$h_1 = \frac{3}{4}h; t_1 = 1(\text{с}); v_0 = 0; h = ?$	
	Решение:	$h = \frac{gt^2}{2}; h - h_1 = \frac{g(t - t_1)^2}{2}; h - h_1 = h - \frac{3}{4}h = \frac{1}{4}h;$ $\frac{1}{4} \frac{gt^2}{2} = \frac{g(t - t_1)^2}{2}; \frac{1}{2}t = t - t_1; t_1 = \frac{1}{2};$ $t = 2t_1 = 2(\text{с}); h = 20(\text{м})$	
	Ответ:	$h = 20(\text{м})$	
3	Решение	<p>Сведем левые части обоих уравнений к общему знаменателю:</p> $\begin{array}{l} \downarrow \quad \frac{x+y}{xy} = 5 \\ \uparrow \quad \frac{10y-9x}{xy} = -7 \end{array}$ <p>Разделим первое уравнение на второе: <math>\frac{x+y}{10y-9x} = -\frac{5}{7}</math>,  получим <math>7x + 7y = -50y + 45x</math>, откуда <math>57y = 38x</math>  или <math>3y = 2x</math>, т.е. <math>y = \frac{2x}{3}</math>. Подставим полученное в первое  уравнение исходной системы: <math>\frac{1}{x} + \frac{3}{2x} = 5</math> или <math>\frac{5}{2x} = 5</math>, откуда  получим <math>x = \frac{1}{2}</math>. Тогда <math>y = \frac{1}{3}</math>.</p> <p><b>Ответ:</b> <math>\frac{1}{2}; \frac{1}{3}</math>.</p>	
	Ответ:	<p><b>Ответ:</b> 240 км.</p>	
4	Решение	<p>Обозначим искомый путь за <math>S</math>. Тогда, двигаясь со скоростью 40 км/ч, автобус преодолет данное расстояние за <math>\frac{S}{40}</math> ч. Если учесть, что 20 мин = <math>\frac{1}{3}</math> ч, то будет справедливо следующее равенство:</p> $\frac{S}{40} = \frac{S}{40} + \frac{1}{3} + \frac{S}{45}$ <p>Решив его, получим: <math>S = 240</math> км.</p>	
	Ответ:	<p><b>Ответ:</b> 240 км.</p>	

5			
	Решение :	<p>Подставим значения точек <math>A</math> и <math>B</math> в общее уравнение прямой и составим систему: <math display="block">\begin{cases} 9 = 3k + b \\ -9 = -6k + b \end{cases}</math>. Вычтем из первого уравнения второе, получим: <math>18 = 9k</math>, т.е. <math>k = 2</math>. Подставив найденное значение в первое уравнение, получим <math>b = 3</math>. Найдем пересечение полученной прямой с заданным графиком функции, составив систему: <math display="block">\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -3x + 5 \end{cases}</math>. Вычтем из первого уравнения второе: <math>0 = 5x - 2</math>, значит <math>x = 0,4</math>. Подставляя данное значение в любое уравнение последней системы, получим <math>x = 3,8</math>.</p>	
	<b>Ответ:</b>	<b>Ответ:</b> $k = 2, b = 3, (0,4; 3,8)$ .	

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 9	Вариант: 1
----------------------------------	-----------------------------------	----------	------------

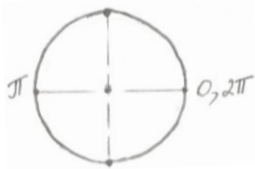
№	Задача	Ответ	Балл
1	Тело совершает гармонические колебания вдоль оси X с амплитудой 5 см. Какой путь пройдёт тело за время, в течение которого фаза колебаний изменится на 3,14 радиана?	0,1	10
2	Когда монохроматический свет распространяется в среде с показателем преломления 1,5, на пути в 9 мкм укладывается 30 длин волн. Найти в микрометрах длину волны света такой же частоты в вакууме.	0,45	15
3	Вычислить: $\frac{4y - z}{2x + y + z}$ , если $x : y : z = 2 : 3 : 4$ .	$\frac{8}{11}$	5
4	Свежие грибы содержат по массе 90% воды, а сушеные 12% воды. Сколько получится сушеных грибов из 22 кг свежих?	2,5	5
5	Составить уравнение параболы, если известно, что она проходит через точку A(1;-3) и ее вершина имеет координаты (-1;1).	$y = -x^2 - 2x$	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;  
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**9 класс, 1 вариант**

1	<p>Дано: <math>A = 5 \text{ (см)} = 0.05 \text{ (м)}; \Delta\varphi = 3.14 \text{ (рад)} = \pi \text{ (рад)}; S - ?</math></p> <p>Решение:</p> $\Delta\varphi = \pi \Rightarrow t = \frac{T}{2}; S = 2A = 0.1 \text{ (м)}$ <p>Ответ: <math>S = 0.1 \text{ (м)}</math></p>	
2	<p>Дано: <math>n = 1.5; S = 9 \text{ (мкм)} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}; N = 30; \text{ - ?}</math> вак</p> <p>Решение:</p> $n = \frac{c}{v} = \frac{v_{\text{вак}}}{v_{\text{ср}}}; v_{\text{вак}} = n v_{\text{ср}}$ $v_{\text{ср}} = \frac{S}{N}; v_{\text{вак}} = n \frac{S}{N} = 0.45 \text{ (мкм)}$ <p>Ответ: <math>v_{\text{вак}} = 0.45 \text{ (мкм)}</math></p>	
3	<p>Выразим из пропорции: <math>x : y = 2 : 3</math> и <math>y : z = 3 : 4</math>, значит</p> <p>Решение <math>x = \frac{2}{3}y</math> и <math>z = \frac{4}{3}y</math>. Подставив найденное в исходное</p> <p>выражение, получим: <math>\frac{4y - \frac{4}{3}y}{2 \cdot \frac{2}{3}y + y + \frac{4}{3}y} = \frac{8}{3} : \frac{11}{3} = \frac{8}{11}</math>.</p> <p>Ответ: <math>\frac{8}{11}</math>.</p>	
4	<p>Решение</p> <p>В 22 кг свежих грибов 90% составляет вода, что составляет <math>22 \cdot 0,9 = 19,8</math> кг. Значит масса сухого вещества составляет 2,2 кг (оставшиеся 10%).</p> <p>Сушеные грибы должны содержать <math>x</math> кг воды, что должно составлять 12% от общей массы сушеных грибов. Значит, 2,2 кг сухого вещества должны составлять 88% от общей массы сушеных грибов. Таким образом, из 22 кг грибов может получиться</p> $2,2 + \frac{2,2 \cdot 12}{88} = 2,2 + 0,3 = 2,5 \text{ кг.}$ <p>Ответ: <b>Ответ: 2,5кг.</b></p>	
5	<p>Решение: Общий вид уравнения параболы: <math>y = ax^2 + bx + c</math>.</p> <p>Координаты вершины находятся как <math>x_0 = -\frac{b}{2a}</math>, <math>y_0 = y(x_0)</math>. По условию задачи <math>x_0 = -1</math>, <math>y_0 = 1</math>. Значит, <math>b = 2a</math>, тогда общий вид уравнения: <math>y = ax^2 + 2ax + c</math>.</p> <p>Подставим координаты заданной точки А в данное уравнение, получим <math>-3 = a + 2a + c</math>, т.е. <math>c = -3a - 3</math>. Подставим также координаты вершины, получим</p>	

		$1 = a - 2a + c$ , т.е. $c = a + 1$ . Таким образом. Получим, что $c = 0$ . Тогда $a = -1$ , $b = -2$ .	
	<b>Ответ:</b>	<b>Ответ:</b> $y = -x^2 - 2x$ .	

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 9	Вариант: 2
----------------------------------	--------------------------------------	----------	------------

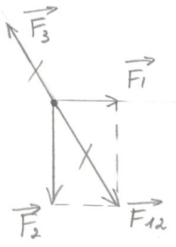
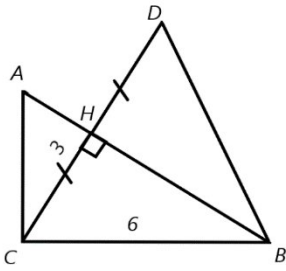
№	Задача	Ответ	Балл
1	В процессе электролитической диссоциации молекула NaCl распадается на катион натрия и анион хлора. Найти в аттокулонах заряд аниона. Один аттокулон равен $1 \cdot 10^{-18}$ Кл.	-0,16	10
2	На тело массой 1 кг действуют 3 силы, численные значения которых равны 6 Н, 8 Н и 10 Н соответственно. Определить минимальное значение ускорения тела в инерциальной системе отсчёта.	0	15
	Решить систему: $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{6} \\ x - y = -1 \end{cases}$	(2; 3), (-3; -2).	5
	В прямоугольном треугольнике ABC высота из прямого угла C равна 3, катет BC = 6. Точка D симметрична точке C относительно стороны AB. Найти BD.	6	5
	Две трубы, работая вместе, наполнили бассейн за 12 часов. Первая труба, работая отдельно, наполняет бассейн на 18 часов быстрее, чем вторая. За сколько часов наполнит бассейн вторая труба?	36	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;  
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**9 класс, 2 вариант**

1	<p>Дано: <math>\text{NaCl}; q_{\text{Cl}} - ?</math></p> <p>Решение: <math>\text{Na}^+; \text{Cl}^-; q_{\text{Cl}} = e = -1.6 \cdot 10^{-19} (\text{Кл}) = -0.16 (\text{аКл})</math></p> <p>Ответ: <math>q_{\text{Cl}} = -0.16 (\text{аКл})</math></p>	
2	<p>Дано: <math>m = 1 (\text{кг}); F_1 = 6 (\text{Н}); F_2 = 8 (\text{Н}); F_3 = 10 (\text{Н}); a_{\text{min}} - ?</math></p> <p>Решение:</p> $\vec{a}_{\text{рез}} = \frac{\vec{F}_{\text{рез}}}{m}; F_{12} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 10 = F_3;$ $\vec{F}_{\text{рез}} = 0 (\text{см.рис}) \Rightarrow a_{\text{min}} = 0$ <p>Ответ: <math>a_{\text{min}} = 0</math></p>	
3	<p>Из второго уравнения выразим <math>x = y - 1</math>. Тогда первое уравнение можно представить в виде <math>\frac{1}{y-1} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{6}</math>, <math>y \neq 1</math> и <math>y \neq 0</math>. Полученное уравнение преобразуем к виду <math>y^2 - y - 6 = 0</math>, откуда получим <math>y = 3</math> или <math>y = -2</math>, и, соответственно, <math>x = 2</math> или <math>x = -3</math>.</p> <p>Ответ: (2; 3), (-3; -2).</p>	
4	<p>Решение В полученном треугольнике <math>BDC</math> высота <math>BH</math> также является и медианой, значит треугольники <math>BDC</math> – равнобедренный с боковыми сторонами <math>BC</math> и <math>BD</math>, значит <math>BC = BD = 6</math> см.</p> <p>Ответ: <b>Ответ:</b> 6 см</p>	
5	<p>Решение: Пусть первая труба, работая отдельно, наполняет бассейн за <math>x</math> часов, а вторая – за <math>y</math> часов. Причем, по условию <math>y - x = 18</math> ч. Тогда производительность для каждой трубы в отдельности <math>1/x</math> и <math>1/y</math>. Значит, наполнение бассейна из двух труб одновременно можно описать следующим уравнением:</p> $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \quad \text{или} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x+18} = \frac{1}{18}$ <p>Решая данное уравнение, получим 2 корня: <math>x = 18</math> и <math>x = -12</math> (посторонний). Значит, <math>y = 36</math> ч.</p> <p>Ответ: <b>Ответ:</b> 36 ч.</p>	

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 9	Вариант: 3
----------------------------------	-----------------------------------	----------	------------

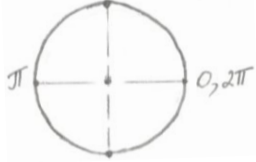
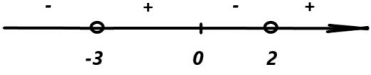
№	Задача	Ответ	Балл
1	Найти высоту, на которой потенциальная энергия груза массой 1000 кг равна количеству теплоты, выделившейся при остывании воды массой 0,2 кг на 50 К. Удельная теплоёмкость воды равна 4200 Дж/кг×К.	0,1	10
2	Тело совершает гармонические колебания вдоль оси X с амплитудой 5 см. Какой путь пройдёт тело за время, в течение которого фаза колебаний изменится на 3,14 радиана?	4,2	15
3	Решить неравенство: $\frac{x\sqrt{x^2+15x-16}}{x^2+x-6} \geq 0$ .	$\{-16\} \cup \{1\} \cup (2; +\infty)$	5
4	Решить уравнение: $ x+1  -  x-2  +  3x+6  = 5$ .	-14/3 и 0	5
5	В трапеции ABCD с основаниями AD и BC через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям трапеции. M и N - точки ее пересечения с боковыми сторонами трапеции AB и CD соответственно. Найти величину отрезка MN, если AD=5, а BC=3.	3,75	15

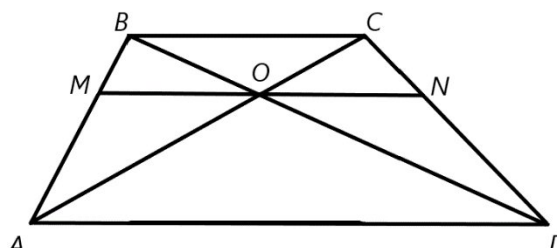
В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;  
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**9 класс, 3 вариант**

1	<p>Дано:</p>	$A = 5 \text{ (см)} = 0.05 \text{ (м)}; \Delta\varphi = 3.14 \text{ (рад)} = \pi \text{ (рад)}; S - ?$	
	Решение:	$\Delta\varphi = \pi \Rightarrow t = \frac{T}{2}; S = 2A = 0.1 \text{ (м)}$	
	Ответ:	$S = 0.1 \text{ (м)}$	
2	<p>Дано:</p>	$m_{\text{гр}} = 1000 \text{ (кг)}; m_{\text{в}} = 0.2 \text{ (кг)}; \Delta T = 50 \text{ (К)};$ $c = 4200 \left( \frac{\text{Дж}}{\text{кгК}} \right); h - ?$	
	Решение:	$E_{\text{пот}} = Q; m_{\text{гр}}gh = cm_{\text{в}}\Delta T; h = \frac{cm_{\text{в}}\Delta T}{m_{\text{гр}}g}$ $= 4.2 \text{ (м)}$	
	Ответ:	$h = 4.2 \text{ (м)}$	
3	<p>Решение</p>	$\frac{x\sqrt{x^2 + 15x - 16}}{x^2 + x - 6} \geq 0$ . Запишем ОДЗ для подкоренного выражения: $x^2 + 15x - 16 \geq 0$ , значит $x \in (-\infty; -16] \cup [1; +\infty)$ . Рассмотрим оставшееся неравенство: $\frac{x}{x^2 + x - 6} \geq 0$ Окончательно получим: $\{-16\} \cup [1; 2) \cup (+\infty)$ . <b>Ответ:</b> $\{-16\} \cup [1; 2) \cup (+\infty)$ .	
4	Решение	<p>Рассмотрим данное уравнение на четырех промежутках.  Для <math>x \in (-\infty; -2]</math> получим уравнение <math>-x - 1 + x - 2 - 3x - 6 = 5</math>, откуда получим <math>x = -14/3</math> (полученное решение принадлежит рассматриваемому промежутку).  Для <math>x \in (-2; -1)</math> получим уравнение <math>-x - 1 + x - 2 + 3x + 6 = 5</math>, откуда получим <math>x = 2/3</math> (полученное решение НЕ принадлежит рассматриваемому промежутку).  Для <math>x \in [-1; 2)</math> получим уравнение <math>x + 1 + x - 2 + 3x + 6 = 5</math>, откуда получим <math>x = 0</math> (полученное решение принадлежит рассматриваемому промежутку).  Для <math>x \in [2; +\infty)</math> получим уравнение <math>x + 1 - x + 2 + 3x + 6 = 5</math>, откуда получим <math>x = -2/3</math> (полученное решение НЕ принадлежит рассматриваемому</p>	

	промежутку).	
	Ответ: <b>Ответ:</b> - 14/3 и 0.	
5	<p>Решение: <math>DBOC \sim DDOA</math> по трем углам.</p> <p>Коэффициент подобия <math>k_1 = \frac{BC}{DA} = \frac{3}{5}</math>.</p> <p>Пусть <math>BO = x</math>, тогда <math>OD = \frac{5}{3}x</math>.</p> <p><math>DMBO \sim DABD</math> по трем углам.</p> <p><math>BD = BO + OD = \frac{8}{3}x</math>. Коэффициент подобия <math>k_2 = \frac{BO}{BD} = \frac{3}{8}</math>. Значит, <math>\frac{MO}{AD} = \frac{3}{8}</math>.</p> <p>Отсюда <math>MO = \frac{15}{8}</math>. Используя аналогичные рассуждения, найдем, что <math>ON = \frac{15}{8}</math>. Тогда <math>MN = \frac{15}{4} = 3,75</math>.</p>	
	Ответ: <b>Ответ:</b> 3,75.	

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 10	Вариант: 1
----------------------------------	-----------------------------------	-----------	------------

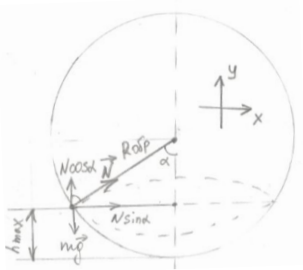
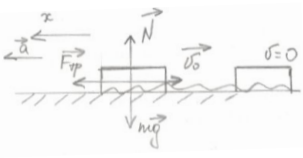
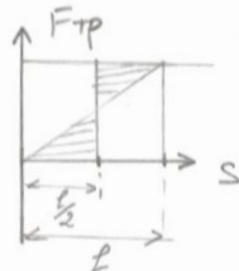
№	Задача	Ответ	Балл
1	Бусинка может свободно скользить по обручу радиусом 4,5 м, который вращается относительно вертикальной оси, проходящей через его центр с угловой скоростью 2 рад/с. На какую максимальную высоту, относительно начального положения, поднимется бусинка? Ось лежит в плоскости обруча.	2	10
2	Равномерно загруженные сани, движущиеся по льду со скоростью 5 м/с, выезжают на дорогу, посыпанную песком. Определить путь, пройденный санями по дороге, если длина полозьев равна 1 м, а коэффициент трения скольжения о поверхность дороги равен 0,5. Трением о лёд пренебречь.	3	15
3	На сколько процентов одно из чисел больше другого, если 5% одного равны 6% другого?	20	5
4	Вычислить: $\sqrt{37 - 10\sqrt{12}} + \sqrt{37 + 10\sqrt{12}}$ .	10	5
5	Поезд должен был пройти 840 км. В середине пути он был задержан на 30 мин и, чтобы прибыть вовремя, увеличил скорость на 2 км/час. Сколько времени поезду потребовалось на весь путь?	21	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**10 класс, 1 вариант**

1	<p>Дано: <math>R_{\text{обр}} = 4.5 \text{ (м)}; \omega = 2 \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right); h_{\text{max}} - ?</math></p> <p>Решение: <math>\vec{F}_{\text{рез}} = m\vec{a};</math>  <math>(Oy): a_y = 0; N \cos \alpha - mg = 0;</math>  <math>(Ox): N \sin \alpha = ma_{\text{цс}} = m\omega^2 R_{\text{обр}} \sin \alpha;</math>  <math>\begin{cases} N \cos \alpha = mg; \\ N = m\omega^2 R_{\text{обр}}; \end{cases} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 R_{\text{обр}}};</math>  <math>h_{\text{max}} = R_{\text{обр}} - R_{\text{обр}} \cos \alpha = R_{\text{обр}} - R_{\text{обр}} \frac{g}{\omega^2 R_{\text{обр}}} = 2 \text{ (м)}</math></p> <p><b>Ответ:</b> <math>h_{\text{max}} = 2 \text{ (м)}</math></p>	
2	<p>Дано: <math>v_0 = 5 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} \right); l = 1 \text{ (м)}; \mu = 0.5; S - ?</math></p> <p>Решение: <math>v_0^2 - v^2 = 2aS_1; v = 0 \Rightarrow S_1 = \frac{v_0^2}{2a};</math>  <math>\vec{F}_{\text{рез}} = m\vec{a}; (Ox): F_{\text{тр}} = ma = \mu N = \mu mg; a = \mu g;</math>  <math>S_1 = \frac{v_0^2}{2\mu g} = 2.5 \text{ (м)}</math></p> <p>Такой путь прошли бы сани до остановки, если бы мгновенно выехали на песок (см. рис). По мере выезда на лед сила трения меняется, т.к. меняется масса груза, лежащего над дорогой. Масса груза пропорциональна длине полоза, след., <math>F_{\text{тр}}</math> пропорциональна <math>l</math>. Работа саней против силы трения равна <math>\frac{F_{\text{тр}} l}{2}</math>; Такую же работу совершили бы сани, если бы первую половину пути <math>l</math> прошли бы без трения, а вторую – с максимальной силой трения <math>\mu N</math>; т.о., к полученному результату необходимо добавить <math>\frac{l}{2}</math>: <math>S = S_1 + \frac{l}{2} = 3 \text{ (м)}</math></p> <p><b>Ответ:</b> <math>S = 3 \text{ (м)}</math></p>	 
3	<p>Решение: Обозначим числа <math>x</math> и <math>y</math>, тогда <math>0.05x = 0.06y \Rightarrow x = 1.2y</math></p> <p><b>Ответ: 20%</b></p>	
4	<p>Решение: <math>\sqrt{37 - 10\sqrt{12}} + \sqrt{37 + 10\sqrt{12}} =</math>  <math>\sqrt{(5 - 2\sqrt{3})^2} + \sqrt{(5 + 2\sqrt{3})^2} = 5 - 2\sqrt{3} + 5 + 2\sqrt{3} = 10</math></p> <p>Ответ: 10</p>	
5		

Решение:		S	V	t	
	план	840	x	840/x	
		420	x	420/x	
	факт	420	x+2	420/(x+2)	
	<p>Составим уравнение: <math>\frac{420}{x} + \frac{420}{x+2} + \frac{1}{2} = \frac{840}{x} \Rightarrow</math></p> $x^2 + 2x - 1680 = 0$ $\hat{x} = -42$ $\hat{x} = 40$ , откуда $t = 840/40 = 21$				
Ответ:	21				

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 10	Вариант: 2
----------------------------------	--------------------------------------	-----------	------------

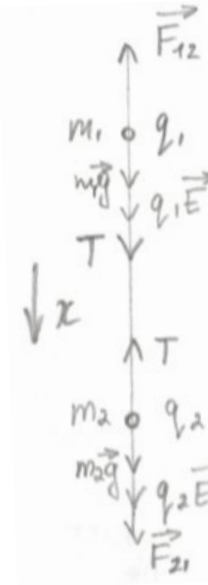
№	Задача	Ответ	Балл
1	Два шарика массами 0,2 г и 0,8 г и зарядами 0,3 мкКл и 0,2 мкКл соединены тонкой нитью длиной 20 см и движутся вдоль силовой линии однородного электрического поля с напряженностью 10 кВ/м, направленной вертикально вниз. Определить в миллиньютонх модель силы натяжения нити.	11,5	10
2	Кольцо радиусом 1 м и сопротивлением 0,1 Ом помещено в однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл. Плоскость кольца перпендикулярна вектору индукции поля. Какой заряд пройдет через поперечное сечение кольца при исчезновении поля?	3,14	15
3	Решить уравнение: $\sqrt{3x - 14} - \sqrt{x - 1} = 3$ .	26	5
4	Найти четвертый член возрастающей арифметической прогрессии, в которой сумма первых десяти членов равна 155 и произведение первого члена на десятый равно 58.	11	5
5	Решить уравнение: $3\cos 2x + 7\sin x = 3$	$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;  
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**10 класс, 2 вариант**

1	<p>Дано: <math>m_1 = 0.2 \text{ (г)} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ (кг)}; m_2 = 0.8 \text{ (г)} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ (кг)};</math>  <math>q_1 = 0.3 \text{ (мкКл)} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ (Кл)};</math>  <math>q_2 = 0.2 \text{ (мкКл)} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ (Кл)};</math>  <math>l = 20 \text{ (см)} = 0.2 \text{ (м)}; E = 10 \left( \frac{\text{кВ}}{\text{м}} \right) = 10^4 \left( \frac{\text{В}}{\text{м}} \right); T - ?</math></p> <p>Решение: <math>\vec{F}_{\text{рез}} = m\vec{a};</math>          по 3 закону Ньютона: <math>\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}; F_{12} = F_{21}</math>          (Ох): <math>T + q_1 E + m_1 g - F_{12} = m_1 a; \Rightarrow</math>  <math>F_{21} + q_2 E + m_2 g - T = m_2 a;</math>  <math>\frac{F_{21} + q_2 E + m_2 g - T}{T + q_1 E + m_1 g - F_{12}} = \frac{m_2 a}{m_1 a} = 4;</math>  <math>F_{21} + q_2 E + m_2 g - T = 4T + 4q_1 E + 4m_1 g - 4F_{12}</math>          т.к. <math>\frac{m_1}{m_2} = 4 \Rightarrow</math>  <math>T = F_{21} + \frac{E(q_2 - 4q_1)}{5} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_1 q_2}{C^2} - \frac{E(4q_1 - q_2)}{5} = 11.5 \text{ (мН)}</math></p> <p>Ответ: <math>T = 11.5 \text{ (мН)}</math></p>	
2	<p>Дано: <math>r = 1 \text{ (м)}; R = 0.1 \text{ (Ом)}; B_0 = 0.1 \text{ (Тл)}; \vec{n} \uparrow \uparrow \vec{B}; B = 0; q - ?</math></p> <p>Решение: <math>\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}; \Phi = BS \cos(\widehat{\vec{B}, \vec{n}}); \vec{n} \uparrow \uparrow \vec{B} \Rightarrow</math>  <math>\Phi = BS; \Delta\Phi = \Delta BS;</math>  <math>\varepsilon_i = \frac{(B_0 - B)S}{\Delta t} = \frac{B_0 S}{\Delta t} = \frac{B_0 \pi r^2}{\Delta t};</math>  <math>I = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{q}{\Delta t}; \frac{B_0 \pi r^2}{R \Delta t} = \frac{q}{\Delta t} \Rightarrow q = 3.14 \text{ (Кл)}</math></p> <p>Ответ: <math>q = 3.14 \text{ (Кл)}</math></p>	
3	<p><math>\sqrt{3x - 14} - \sqrt{x - 1} = 3</math> ОДЗ: <math>x \geq 14/3, \sqrt{3x - 14} = 3 + \sqrt{x - 1}</math>, возводим в квадрат обе части уравнения <math>3x - 14 = 9 + 6\sqrt{x - 1} + x - 1 \Rightarrow</math>  <math>x - 11 = 3\sqrt{x - 1}</math>, возводим еще раз в квадрат при условии, что <math>x \geq 11</math> и получаем квадратное уравнение <math>x^2 - 31x + 130 = 0</math>, корни которого <math>\hat{x} = 5</math>  <math>\hat{x} = 26</math>. Корень <math>x = 5</math> является посторонним.</p> <p>Ответ: 26</p>	
4	<p>Решение: <math>S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10})10}{2} = 155 \Rightarrow a_1 + a_{10} = 31</math>, составим систему <math>\begin{cases} a_1 + a_{10} = 31 \\ a_1 a_{10} = 58 \end{cases} \Rightarrow</math>          т.к. прогрессия возрастающая, то <math>\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{10} = 29 \end{cases}</math>. Обозначим разность прогрессии</p>	

	за $d$ тогда $a_{10} = a_1 + 9d \Rightarrow 2 + 9d = 29 \Rightarrow d = 3$ . Аналогично, $a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow a_4 = 11$ .	
	<b>Ответ</b> :	11
5		
	<b>Решение:</b>	$3\cos 2x + 7\sin x = 3$ Используя формулу двойного угла для косинуса, перепишем уравнение $3(1 - 2\sin^2 x) + 7\sin x = 3 \Rightarrow -6\sin^2 x + 7\sin x = 0$ , откуда следует, что $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 7/6 \end{cases}$ , второе уравнение не имеет решений, значит $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .
	<b>Ответ:</b>	$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 10	Вариант: 3
----------------------------------	-----------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Нитяной маятник, подвешенный к потолку на нити длиной 2 м, совершает гармонические колебания, при которых максимальная скорость груза достигает 0,25 м/с. При помощи собирающей линзы изображение колеблющегося груза проецируется на экран, расположенный на расстоянии 0,45 м от плоскости линзы. Главная оптическая ось линзы перпендикулярна плоскости колебаний маятника и плоскости экрана. Максимальное смещение изображения груза на экране от проекции положения равновесия составляет 0,1 м. Чему равно фокусное расстояние линзы?	0,24	10
2	Тонкий обруч катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Скорость центра обруча Земли равна 3 м/с. Определить относительно Земли модуль скорости точки обруча, для которой радиус составляет с горизонтом угол 30°.	5,19	15
3	В четырехугольник вписана окружность. Сумма противоположных сторон четырехугольника равна 10, а его площадь равна 12. Найти радиус окружности.	1.2	5
4	Решить систему: $\begin{cases} \sqrt{2x-1} + \sqrt{y+2} = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$	{5/3;1/3}	5
5	Решить неравенство: $9^x - 9^{1-x} > 8$ .	(1;∞)	15

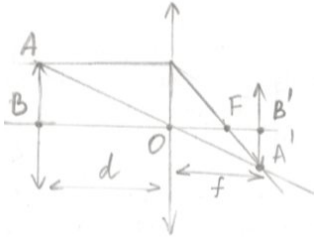
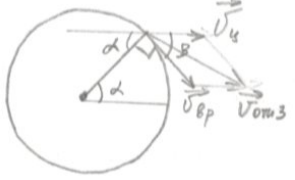
В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;  
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**

**10 класс, 3 вариант**

<p>1</p>	<p><b>Дано:</b> <math>l = 2 \text{ (м)}; v_{max} = 0.25 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right); f = 0.45 \text{ (м)}; A' = 0.1 \text{ (м)}; F - ?</math></p> <p><b>Решение:</b> <math>x = A \cos(\omega t + \varphi_0); v = x' = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0);</math></p> $v_{max} = A\omega; \omega = \frac{2\pi}{T}; T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow v_{max} = A \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow$ $A = \frac{v_{max}}{\sqrt{\frac{g}{l}}};$ <p>т.к. треугольники подобны: <math>\triangle AOB \sim \triangle A'OB';</math></p> $\frac{A}{A'} = \frac{d}{f}; d = \frac{Af}{A'} \cdot \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{F'} = \frac{A'}{Af} + \frac{1}{f} = \frac{A' + A}{Af};$ $F = \frac{Af}{A' + A} = \frac{f}{\frac{A'}{A} + 1} = \frac{f}{\frac{\sqrt{\frac{g}{l}}}{v_{max}} + 1} = 0.24 \text{ (м)}$ <p><b>Ответ:</b> <math>F = 0.24 \text{ (м)}</math></p>	
<p>2</p>	<p><b>Дано:</b> <math>v_{ц} = 3 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right); \alpha = 30^\circ; v_{\text{отн.З}} - ?</math></p> <p><b>Решение:</b> <math>\vec{v}_{\text{отн.З}} = \vec{v}_{\text{вр}} + \vec{v}_{ц};</math></p> $\beta = 180^\circ - \alpha - 90^\circ = 60^\circ$ <p>т.к. проскальзывания нет, то <math>\vec{v}_{\text{вр}} = \vec{v}_{ц}</math> (линейная скорость вращательного движения равна скорости обруча относительно Земли). Параллелограмм (см. рис.) становится ромбом:</p> $v_{\text{отн.З}} = 2v_{ц} \cos \frac{\beta}{2} = 5.19 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$ <p><b>Ответ:</b> <math>v_{\text{отн.З}} = 5.19 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)</math></p>	
<p>3</p>	<p><b>Решение</b></p> <p>Если в четырехугольник можно вписать окружность, то суммы противоположных сторон равны, и по условию они равны 10, таким образом периметр четырехугольника равен 20, полпериметра 10. Из формулы площади, верной для любого многоугольника, описанного около окружности, <math>S = pR</math>, следует, что</p> $R = \frac{S}{p} = \frac{12}{10} = 1.2$	
<p>4</p>	<p><b>Решение</b></p> $\begin{cases} \sqrt{2x-1} + \sqrt{y+2} = 2 \\ \sqrt{y+2} + \sqrt{2x-1} = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$ <p>Данная система является однородной, т.е. первое уравнение может быть записано, как уравнение от одной переменной. Введем обозначение <math>\sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} = t</math>, причем <math>t &gt; 0</math>, тогда первое</p>	

	<p>уравнение примет вид <math>t + \frac{1}{t} = 2 \Rightarrow t = 1</math>.</p> <p>Система значительно упростится <math>\begin{cases} \sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} = 1 \\ x+y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-y=3 \\ x+y=2 \end{cases}</math></p> <p><math>\Rightarrow \begin{cases} x=5/3 \\ y=1/3 \end{cases}</math></p>	
	<b>Ответ:</b> {5/3;1/3}	
5		
	<p><b>Решение:</b> <math>9^x - 9^{1-x} &gt; 8</math> данное неравенство сводится к алгебраическому неравенству заменой <math>9^x = t</math>, причем <math>t &gt; 0</math>. Получим неравенство <math>t - \frac{9}{t} &gt; 8 \Rightarrow \frac{(t-9)(t+1)}{t} &gt; 0</math>, которое решим методом интервалов и с учетом условия <math>t &gt; 0</math>, получим <math>t &gt; 9</math>. Следовательно <math>x &gt; 1</math></p>	
	<b>Ответ:</b> (1;∞)	

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 10	Вариант: 4
----------------------------------	-----------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	Шар массой 0,5 кг падает на невесомую вертикально расположенную пружину с коэффициентом жесткости 1000 Н/м. Определить величину максимального сжатия пружины, если шар падает с высоты 0,3 м. Отсчет высоты ведется от верхнего края недеформированной пружины.	0,06	10
2	Тело массой 10 г равномерно тонет в воде. Считая, что на нагревание тела идёт 50% выделяющейся при движении теплоты, определить, насколько градусов возрастёт температура тела при погружении на 10 м. Теплоёмкость тела 0,4 Дж/К. Плотность тела много больше плотности воды.	1,25	15
3	На сколько процентов одно из чисел больше другого, если 5% одного равны 6% другого?	20	5
4	Найти четвертый член возрастающей арифметической прогрессии, в которой сумма первых десяти членов равна 155 и произведение первого члена на десятый равно 58.	11	5
5	Решить неравенство: $9^x - 9^{1-x} > 8$ .	(1;∞)	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;  
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**10 класс, 4 вариант**

1	<p>Дано: <math>m = 0.5</math> (кг); <math>k = 1000</math> <math>\left(\frac{\text{Н}}{\text{М}}\right)</math>; <math>h = 0,3</math> (М); <math>\Delta x_{\text{max}} - ?</math></p> <p>Решение:</p> $mg(h + \Delta x_{\text{max}}) = \frac{k(\Delta x_{\text{max}})^2}{2};$ <p>подставив численные значения и решив уравнение, получим:</p> $\Delta x_{\text{max}} = 0.06$ (М) $\Delta x_{\text{max}} = \mathbf{0.06}$ (М) <p>Ответ:</p>	
2	<p>Дано: <math>m = 10</math> (г) = 0.01 (кг); <math>v = \text{const}</math>; <math>Q_{\text{тела}} = 50\% Q_{\text{полн}} \Rightarrow Q_{\text{тела}} = 0.5 Q_{\text{полн}}</math>; <math>h = 10</math> (М); <math>C = 0.4</math> <math>\left(\frac{\text{Дж}}{\text{К}}\right)</math>; <math>\rho_{\text{T}} \gg \rho_{\text{В}}</math>;</p> <p>Решение:</p> $\Delta T - ?$ $\vec{v} = \text{const}; \vec{F}_{\text{рез}} = 0;$ $(Oy): F_{\text{сопр}} + F_A - mg = 0; F_A = \rho_{\text{В}} g V;$ $\rho = \frac{m}{V}; mg = \rho_{\text{T}} g V$ <p>т.к. <math>\rho_{\text{T}} \gg \rho_{\text{В}}</math>, то <math>mg \gg F_A \Rightarrow</math> силой Архимеда можно пренебречь.</p> $F_{\text{сопр}} = mg; Q_{\text{полн}} = F_{\text{сопр}} h = mgh; Q_{\text{тела}} = C \Delta T;$ $C \Delta T = 0.5 \cdot mgh; \Delta T = \frac{0.5 \cdot mgh}{C} = 1.25$ (К) <p>Ответ:</p> $\Delta T = \mathbf{1.25}$ (К)	
3	<p>Обозначим числа <math>x</math> и <math>y</math>, тогда <math>0.05x = 0.06y \Rightarrow x = 1.2y</math></p> <p>Решение</p> <p>Ответ: <b>20%</b></p>	
4	<p>Решение</p> $S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10})10}{2} = 155 \Rightarrow a_1 + a_{10} = 31, \text{ составим систему}$ $\begin{cases} a_1 + a_{10} = 31 \\ a_1 a_{10} = 58 \end{cases} \Rightarrow \text{т.к. прогрессия возрастающая, то } \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{10} = 29 \end{cases}$ <p>Обозначим разность прогрессии за <math>d</math> тогда</p> $a_{10} = a_1 + 9d \Rightarrow 2 + 9d = 29 \Rightarrow d = 3. \text{ Аналогично,}$ $a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow a_4 = 11.$ <p>Ответ:</p> $\mathbf{11}$	
5	<p>Решение:</p> $9^x - 9^{1-x} > 8$ данное неравенство сводится к алгебраическому неравенству заменой $9^x = t$ , причем $t > 0$ . Получим неравенство $t - \frac{9}{t} > 8 \Rightarrow \frac{(t-9)(t+1)}{t} > 0$ , <p>которое решим методом интервалов и с учетом условия <math>t &gt; 0</math>, получим <math>t &gt; 9</math>. Следовательно <math>x &gt; 1</math></p> <p>Ответ:</p> $\mathbf{(1; \infty)}$	

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 10	Вариант: 5
----------------------------------	-----------------------------------	-----------	------------


№	Задача	Ответ	Балл
1	Электрический чайник имеет две обмотки. При включении только первой из них вода, закипает через 40 мин, только второй — через 60 мин. Через сколько минут закипит вода при одновременном включении обеих обмоток параллельно?	24	10
2	Центры N=2744 одинаковых маленьких сферических капелек ртути, имеющих одинаковые заряды, удерживают на одной окружности в вакууме. Капельки равномерно распределены по окружности. Расстояние между соседними капельками много меньше их радиусов. При этом потенциал электрического поля в центре окружности $\varphi=9$ В. Чему будет равен потенциал капли, полученной в результате слияния всех 2744 капелек?	562	15
3	Вычислить: $\sqrt{37 - 10\sqrt{12}} + \sqrt{37 + 10\sqrt{12}}$ .	10	5
4	Решить уравнение: $\sqrt{3x - 14} - \sqrt{x - 1} = 3$ .	26	5
5	При каких значениях параметр $a$ область определения функции $f(x) = \sqrt{(a - 1)x^2 - (a + 1)x + a + 1}$ - множество всех вещественных чисел?	$[5/3; \infty)$	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;  
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**10 класс, 5 вариант**

1	<p>Дано:</p> <p>Решение:</p> <p>Ответ:</p>	$t_1 = 40 \text{ (мин)} = 2400 \text{ (с)}; t_2 = 60 \text{ (мин)} = 3600 \text{ (с)};$ $t_{\text{пар}} - ?$ $Q = \frac{U^2}{R} t; \frac{U^2}{R_1} t_1 = \frac{U^2}{R_2} t_2 = \frac{U^2}{R_{\text{пар}}} t_{\text{пар}};$ $R_{\text{пар}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}; \frac{U^2}{R_1} t_1 = \frac{U^2}{R_2} t_2 \Rightarrow \frac{t_1}{R_1} = \frac{t_2}{R_2};$ $\frac{R_2}{R_1} = \frac{t_2}{t_1} = 1.5; R_2 = 1.5 R_1; R_{\text{пар}} = 0.6 R_1;$ $\frac{t_1}{R_1} = \frac{t_{\text{пар}}}{R_{\text{пар}}}; t_{\text{пар}} = \frac{t_1 R_{\text{пар}}}{R_1} = 24 \text{ (мин)}$ $t_{\text{пар}} = 24 \text{ (мин)}$	
2	<p>Дано:</p> <p>Решение:</p> <p>Ответ:</p>	$N = 2744; \varphi_{\text{ц}} = 9 \text{ (В)}; \varphi - ?$ $\varphi_{\text{ц}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Nq}{r}; \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Nq}{R};$ <p><math>r</math> – радиус окружности, <math>R</math> – радиус большой капли.</p> $\frac{\varphi}{\varphi_{\text{ц}}} = \frac{r}{R}; l = 2\pi r = 2N r_{\text{капли}}; r_{\text{капли}} = \frac{\pi r}{N};$ $V_{\text{больш. капли}} = N V_{\text{капли}}; \frac{4}{3}\pi R^3 = N \frac{4}{3}\pi r_{\text{капли}}^3$ $R = \sqrt[3]{N} r_{\text{капли}}; \frac{\varphi}{\varphi_{\text{ц}}} = \frac{r}{R} = \frac{N r_{\text{капли}}}{\pi R} = \frac{N}{\pi \sqrt[3]{N}};$ $\varphi = \frac{\varphi_{\text{ц}}}{\pi} N^{\frac{2}{3}} \approx 562 \text{ (В)}$ $\varphi = 562 \text{ (В)}$	
3	<p>Решение</p> <p>Ответ:</p>	$\sqrt{37 - 10\sqrt{12}} + \sqrt{37 + 10\sqrt{12}} =$ $\sqrt{(5 - 2\sqrt{3})^2} + \sqrt{(5 + 2\sqrt{3})^2} = 5 - 2\sqrt{3} + 5 + 2\sqrt{3} = 10$	
4	<p>Решение</p>	$\sqrt{3x - 14} - \sqrt{x - 1} = 3 \quad \text{ОДЗ:} \quad x \geq 14/3,$ $\sqrt{3x - 14} = 3 + \sqrt{x - 1}, \text{ возводим в квадрат обе части}$ $\text{уравнения} \quad 3x - 14 = 9 + 6\sqrt{x - 1} + x - 1 \Rightarrow x - 11 = 3\sqrt{x - 1},$ $\text{возводим еще раз в квадрат при условии, что } x \geq 11 \text{ и}$ $\text{получаем квадратное уравнение } x^2 - 31x + 130 = 0,$ $\text{корни которого } \begin{cases} \hat{x} = 5 \\ \hat{x} = 26 \end{cases}. \text{ Корень } x = 5 \text{ является}$ $\text{посторонним.}$ <p>Ответ: 26</p>	
5	<p>Решение</p>	<p>Для того, чтобы областью определения данной функции было множество всех вещественных чисел нужно, чтобы неравенство <math>(a - 1)x^2 - (a + 1)x + a + 1 \geq 0</math> было верно при любом <math>x \in R</math>.</p> <p>Если <math>a - 1 = 0</math>, то <math>-2x - 2 \geq 0</math> верно не при всяком <math>x</math>.</p>	

Если  $a-1 < 0$ , то графиком функции  $f(x) = (a-1)x^2 - (a+1)x + a+1$  парабола ветвями вниз, следовательно, она не может быть всегда неотрицательна.

Если  $a-1 > 0$  и дискриминант квадратного трехчлена меньше либо равен нулю, то графиком функции  $f(x)$  является парабола ветвями вверх, расположенная выше оси абсцисс или касающаяся ее, что и является требуемым в задаче условием. Таким образом надо решить систему неравенств:

$$\begin{cases} a-1 > 0 \\ D \leq 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} a > 1 \\ (a+1)(5-3a) \leq 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} a > 1 \\ a^3 \geq 5/3 \\ a \leq -1 \end{cases}$$

Ответ:  $[5/3; \infty)$

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 11	Вариант: 1
----------------------------------	-----------------------------------	-----------	------------



№	Задача	Ответ	Балл
1	Лягушка массой 100 г сидит на конце доски массой 2 кг и длиной 84 см. Доска плавает на поверхности пруда. Лягушка прыгает вдоль доски с начальной скоростью 4 м/с относительно воды. Под каким минимальным углом в градусах к горизонту должна прыгнуть лягушка, чтобы оказаться на другом конце доски?	15	10
2	Открытую с обеих сторон трубку длиной 1,22 м погружают до половины в ртуть, затем закрывают верхнее отверстие трубки и вынимают её из ртути. В трубке остаётся столбик ртути длиной 27 см. Определить в кПа атмосферное давление, если плотность ртути равна 13,6 г/см <sup>3</sup> .	102,6	15
3	Вычислить: $\sin(2 \operatorname{arctg} 3)$ .	0,6	5
4	Цену товара снизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 15%, и, получившуюся после второго снижения цену снизили еще на 10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?	На 38,8%	5
5	Из точки $L$ к окружности проведены 2 касательные, длиной 6 см. Расстояние между точками касания 7,2 см. Найти длину окружности.	9π	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;  
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**11 класс, 1 вариант**

1	<p>Дано: <math>m_{\text{л}} = 100 \text{ (г)} = 0.1 \text{ (кг)}; m_{\text{д}} = 2 \text{ (кг)};</math>  <math>l = 84 \text{ (см)} = 0.84 \text{ (м)}; v_0 = 4 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} \right); \alpha_{\text{min}} - ?</math></p> <p>Решение: 3-н сохр. имп.: <math>\vec{P}_{\text{полн}} = \text{const}; m_{\text{л}} \vec{v}_0 + m_{\text{д}} \vec{v}_{\text{д}} = 0;</math>          е: <math>(Ox): m_{\text{л}} v_0 \cos \alpha - m_{\text{д}} v_{\text{д}} = 0; v_{\text{д}} = \frac{m_{\text{л}}}{m_{\text{д}}} v_0 \cos \alpha;</math></p> <p>Пусть <math>t</math> – время полета лягушки. За это время доска отплывает на расстояние <math>v_{\text{д}} t</math>;</p> $v_0 t \cos \alpha + v_{\text{д}} t = l; l = t(v_0 \cos \alpha + v_{\text{д}}); t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g};$ $l = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \left( v_0 \cos \alpha + \frac{m_{\text{л}}}{m_{\text{д}}} v_0 \cos \alpha \right);$ <p><math>t</math> – полное время движения тела, брошенного под углом <math>\alpha</math> к горизонту с начальной скоростью <math>v_0</math>;</p> $l = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} v_0 \cos \alpha \left( 1 + \frac{m_{\text{л}}}{m_{\text{д}}} \right); l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \left( 1 + \frac{m_{\text{л}}}{m_{\text{д}}} \right);$ $\sin 2\alpha = \frac{lg}{v_0^2 \left( 1 + \frac{m_{\text{л}}}{m_{\text{д}}} \right)} = 0.5;$ $2\alpha_1 = 30^\circ; 2\alpha_2 = 150^\circ; \alpha_{\text{min}} = 15^\circ$ <p><b>Ответ:</b> <math>\alpha_{\text{min}} = 15^\circ</math></p>	
2	<p>Дано: <math>l = 1.22 \text{ (м)}; l_1 = 27 \text{ (см)} = 0.27 \text{ (м)};</math>  <math>\rho_{\text{рт}} = 13.6 \left( \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \right) = 13.6 \cdot 10^3 \left( \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right); P_{\text{атм}} - ?</math></p> <p>Решение: Столбик ртути длиной <math>l</math> находится в равновесии. Результирующее давление в нижней его части сверху <math>P + \rho_{\text{рт}} g l_1</math> равно давлению снизу <math>P_{\text{атм}}</math>;</p> $P + \rho_{\text{рт}} g l_1 = P_{\text{атм}};$ <p>Температура и масса воздуха не меняются.  <math>T = \text{const}</math>  <math>m = \text{const}</math> Закон Бойля – Мариотта <math>PV = \text{const};</math></p> $P_{\text{атм}} \frac{l}{2} S = P(l - l_1) S; P = \frac{P_{\text{атм}} l}{2(l - l_1)};$ <p><math>S</math>-площадь сечения трубки</p> $\frac{P_{\text{атм}} l}{2(l - l_1)} + \rho_{\text{рт}} g l_1 = P_{\text{атм}}; P_{\text{атм}} \left( 1 - \frac{l}{2(l - l_1)} \right) = \rho_{\text{рт}} g l_1;$ $P_{\text{атм}} = \frac{\rho_{\text{рт}} g l_1}{\left( 1 - \frac{l}{2(l - l_1)} \right)} = 102.6 \text{ (кПа)}$ <p><b>Ответ:</b> <math>P_{\text{атм}} = 102.6 \text{ (кПа)}</math></p>	
3	<p>Решение: Положим <math>x = \text{arctg } 3</math>. Тогда <math>\text{ctg } x = 3</math>.          е: Далее, <math>\sin^2(2x) = 1 - (1 - 2\sin^2 x)^2</math>.          Нетрудно проверить по определению котангенса, что</p>	

		$\sin^2 x = (\operatorname{ctg}^2 x + 1)^{-1} = (3^2 + 1)^{-1} = 0,1.$ <p>В итоге получаем: <math>\sin^2(2x) = 1 - (1 - 0,2)^2 = 0,6^2</math></p>	
	Ответ:	0.6	
4	Решение	<p>Предположим, что <math>x</math> – исходная цена товара.</p> <p>Цена менялась в 3 этапа:</p> <p>I <math>0,8x</math></p> <p>II <math>0,85 \cdot 0,8x = 0,68x</math></p> <p>III <math>0,9 \cdot 0,68x = 0,612x</math></p> <p>В итоге <math>x - 0,612x = 0,388x</math></p> <p>Ответ: На 38,8%</p>	
5	Решение	<p>Обозначим через <math>K</math> одну из точек касания. Так как отрезок радиуса (длины <math>x</math>) к этой точке перпендикулярен касательной, то <math>\triangle OKL</math> прямоугольный.</p> <p>Вспользуемся простым соотношением между гипотенузой, высотой и катетами: <math>c \cdot h = a \cdot b</math> или <math>h = a \cdot b / c</math>.</p> $3,6 = \frac{6x}{\sqrt{x^2 + 6^2}}$ $3\sqrt{x^2 + 6^2} = 5x$ $9x^2 + 9 \cdot 36 = 25x^2$ $16x^2 = 9 \cdot 36$ $x = 4,5$ <p>Ответ: 9л</p>	

Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 11	Вариант: 2
----------------------------------	--------------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	При двух различных сопротивлениях нагрузки отношение напряжений на зажимах источника равно 5, а полезная мощность в обоих случаях равна 25 Вт. Вычислить ток короткого замыкания, если ЭДС источника 25 В.	7,2	10
2	На горизонтальной подставке, совершающей гармонические колебания по вертикали, лежит груз. При какой минимальной амплитуде колебаний груз оторвется от подставки, если период колебаний равен 1,57 с? Ответ записать в сантиметрах.	62,5	15
3	Решить уравнение: $4 \cos(2\pi - 2x) + 6 \sin \frac{\pi}{2} + x - 5 = 0$ .	$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ $x = \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k$ $k \in \mathbb{Z}$	5
4	Решить систему: $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 12 \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases}$ .	$x = 2, y = 1$ .	5
5	Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{4}} \log_3 \frac{2x}{x^2 + x - 6} < 0$ .	$(-\infty; -3) \cup (-2; 2) \cup (3; +\infty)$	15

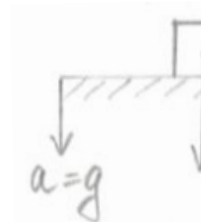
В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного; все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

Константы

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**11 класс, 2 вариант**

1	<p>Дано :</p> <p>Решение:</p>	$\frac{U_1}{U_2} = 5; P_1 = P_2 = 25 \text{ (Вт)}; \varepsilon = 25 \text{ (В)}; I_{\text{к.з.}} - ?$ $I_{\text{к.з.}} = \frac{\varepsilon}{r}; I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}; U = IR; U_1 = I_1 R_1 = \frac{\varepsilon R_1}{R_1 + r};$ <p>аналогично: <math>U_2 = \frac{\varepsilon R_2}{R_2 + r}; \frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{\varepsilon R_1}{R_1 + r}}{\frac{\varepsilon R_2}{R_2 + r}} = \frac{R_1}{R_2} \frac{R_2 + r}{R_1 + r} = 5;</math></p> $P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{\varepsilon^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = P_2 = \frac{\varepsilon^2 R_2}{(R_2 + r)^2};$ $\frac{R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{R_2}{(R_2 + r)^2}; \left(\frac{R_2 + r}{R_1 + r}\right)^2 = \frac{R_2}{R_1};$ $\frac{R_2 + r}{R_1 + r} = 5 \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow R_1 = 25R_2;$ $P_1 = \frac{\varepsilon^2 R_1}{(R_1 + r)^2} \Rightarrow 25 = \frac{25^2 R_1}{(R_1 + r)^2};$ $25R_1 = (R_1 + r)^2; \text{аналогично:}$ $25R_2 = (R_2 + r)^2$ $\begin{cases} R_1 = 25R_2 \\ 5\sqrt{R_1} = R_1 + r \Rightarrow \begin{cases} 5\sqrt{25R_2} = 25R_2 + r \\ 5\sqrt{R_2} = R_2 + r \end{cases} \Rightarrow \\ 5 = \frac{25R_2 + r}{R_2 + r} \Rightarrow r = 5R_2 = \frac{R_1}{5}; R_1 = 5r; \end{cases}$ $P_1 = \frac{\varepsilon^2 R_1}{(R_1 + r)^2} \Rightarrow r = \frac{125}{36}; I_{\text{к.з.}} = \frac{\varepsilon}{r} = 7.2 \text{ (А)}$
	<p><b>Ответ:</b></p>	$I_{\text{к.з.}} = \frac{\varepsilon}{r} = 7.2 \text{ (А)}$
2	<p>Дано :</p> <p>Решение:</p>	$T = 1.57 \text{ (с)} = \frac{\pi}{2} \text{ (с)}; A_{\text{min}} - ?$ <p>Отрыв: <math>N = 0</math>; подставка и тело движутся с одинаковым ускорением <math>g</math>; <math>a = g</math>;</p> <p>Уравнение гармонических колебаний:</p> $x = A \cos(\omega t + \varphi_0); v = x' = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0);$ $a = v' = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0); g = a = A_{\text{min}} \omega^2;$ $A_{\text{min}} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} = \frac{g}{\left(\frac{2\pi}{1.57}\right)^2} = 62.5 \text{ (см)}$
	<p><b>Ответ:</b></p>	$A_{\text{min}} = 62.5 \text{ (см)}$
3		



Решение	$4 \cos 2x - 6 \cos x + 5 = 0$ $4(2 \cos^2 x - 1) - 6 \cos x + 5 = 0. \quad \text{Положим } \cos x = t,  t  \leq 1.$ $8t^2 - 6t + 1 = 0$ $t_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{8} \quad \begin{cases} t = 1/2 \\ t = 1/4 \end{cases} \quad \left[ \begin{array}{l} x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x = \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k \end{array} \right], \quad k \in \mathbb{Z}$	
Ответ:	$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ $x = \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$	
4 Решение	<p>Поделим первое уравнение системы на второе:</p> $\begin{cases} 2^{x-y} \cdot 3^{y-x} = \frac{2}{3} \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^{x-y} = \frac{2}{3} \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases} =$ <p>Место для уравнения.</p> $\Rightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ 2^{x-1} \cdot 3^x = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ 6^x = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ <p>Ответ: <math>x = 2, y = 1</math>.</p>	
5	<p>В процессе решения неравенства, при отбрасывании логарифмов, ОДЗ выполняется автоматически (не забыть поменять знак неравенства с внешним логарифмом с основанием меньшим 1 !!).</p> <p>В итоге:</p> $4 - \frac{2x}{x^2 + x - 6} > 3$ $\frac{(x-3)(x+2)}{(x-2)(x+3)} > 0$ <p>Метод интервалов для неравенств дает ответ.</p> <p>Ответ: <math>(-\infty; -3) \cup (-2; 2) \cup (3; +\infty)</math></p>	

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 11	Вариант: 3
----------------------------------	--------------------------------------	-----------	------------

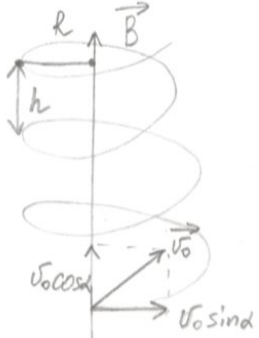
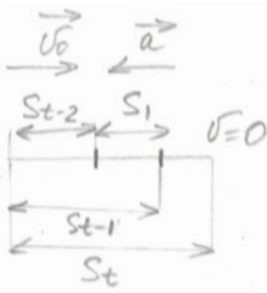
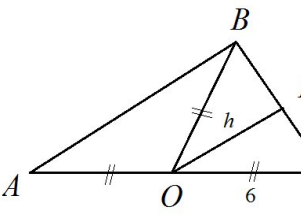
№	Задача	Ответ	Балл
1	Заряженная частица влетела в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^\circ$ к его силовым линиям. Двигаясь по винтовой линии радиуса $R = 2,5$ см, частица за некоторый промежуток времени прошла путь $S = 2,2$ м. Сколько полных оборотов за это время совершила частица?	7	10
2	Поезд при подходе к платформе начинает тормозить и останавливается, пройдя путь 75 м. Определить модуль начальной скорости поезда, если за предпоследнюю секунду он прошёл расстояние 2,25 м. Движение поезда равнозамедленное.	15	15
3	Решить уравнение: $\frac{3}{\sqrt{2x+1}} - \frac{2}{\sqrt{x-5}} = \sqrt{49-x}$ .	49	5
4	Основанием пирамиды $SABC$ является прямоугольный треугольник $ABC$ , в котором угол $B$ равен $90^\circ$ , угол $A$ равен $30^\circ$ и $AC=12$ . Боковые ребра пирамиды одинаково наклонены к плоскости основания. Угол между гранью $SBC$ и плоскостью основания равен $45^\circ$ . Найти объем пирамиды.	54	5
5	Решить уравнение: $ 3x - 1  -  x - 5  = \sqrt{3x - 2}$ .	2	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;  
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**11 класс, 3 вариант**

1	<p>Дано: <math>\alpha = 30^\circ; R = 2.5 \text{ (см)} = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ (м)}; S = 2.2 \text{ (м)}; N - ?</math></p> <p>Решение По теореме Пифагора:</p> <p>и.e:</p> $S = N\sqrt{4\pi^2 R^2 + h^2};$ $h = v_0 \cos \alpha T; \Rightarrow \frac{2\pi R}{h} = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow h = \frac{2\pi R}{\operatorname{tg} \alpha};$ $2\pi R = v_0 \sin \alpha T;$ $N = \frac{S}{\sqrt{4\pi^2 R^2 + \frac{4\pi^2 R^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha}}} = \frac{S}{2\pi R \sqrt{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}}} \approx 7$ <p>Ответ: <math>N = 7</math></p>	
2	<p>Дано: <math>S = 75 \text{ (м)}; t_1 = 1 \text{ (с)}; S_1 = 2.25 \text{ (м)}; v_0 - ?</math></p> <p>Решение Пусть <math>t</math> – полное время торможения</p> <p>и.e:</p> $S_t = v_0 t - \frac{at^2}{2}; v = v_0 - at = 0; v_0 = at;$ $S_1 = S_{t-1} - S_{t-2}; S_{t-1} = v_0(t-1) - \frac{a(t-1)^2}{2};$ $S_{t-2} = v_0(t-2) - \frac{a(t-2)^2}{2};$ $S_1 = v_0(t-1) - \frac{a(t-1)^2}{2} - v_0(t-2) + \frac{a(t-2)^2}{2}$ $= v_0 - \frac{a}{2}(2t-3) = v_0 - at + \frac{3a}{2};$ $\begin{cases} v_0 t - \frac{at^2}{2} = 75 \\ v_0 = at \\ v_0 - at + \frac{3a}{2} = 2.25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1.5 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) \\ t = 10 \text{ (с)} \\ v_0 = 15 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} \right) \end{cases}$ <p>Ответ: <math>v_0 = 15 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)</math></p>	
3	<p>Решение ОДЗ: <math>5 &lt; x \leq 49</math>.</p> <p>Дополнительное условие: <math>\frac{3}{\sqrt{2x+1}} - \frac{2}{\sqrt{x-5}} \geq 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x-5} \geq 2\sqrt{2x+1}</math></p> <p>Возведем обе части неравенства в квадрат.</p> $9(x-5) \geq 4(2x+1) \Leftrightarrow x \geq 49$ <p>Теперь ясно, что корнем неравенства может быть только одно число <math>x = 49</math>.</p> <p>Проверяем это подстановкой в исходное уравнение.</p> <p>Ответ: 49</p>	
4	<p>Решение Из условия следует, что точка <math>O</math> основания высоты пирамиды равноудалена от вершин <math>\triangle ABC</math> и делит его гипотенузу пополам. По теореме о трех перпендикулярах апофема грани <math>SBC</math> и высота <math>OH</math> в <math>\triangle OBC</math>, который по условию оказывается равносторонним, пересекаются в точке <math>H</math>. Так как угол <math>\widehat{SOH}</math> прямой, а <math>\widehat{SHO} = 45^\circ</math>, то высота пирамиды равна</p>	

		$h =  OH  = \frac{\sqrt{3}}{2}  OC  = 3\sqrt{3}.$ $S = S_{\Delta ABC} = 6 \cdot 6\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}$ $V = S \cdot h \cdot \frac{1}{3} = 6 \cdot 3 \cdot 3 = 54$	
		<p>Ответ: 54</p>	
5	<b>Решение</b>	<p>Приводим графическое решение.</p> <p>ОДЗ: <math>x \geq \frac{2}{3}</math>,</p> <p>Дополнительное условие:  <math> 3x - 1  -  x - 5  \geq 0 \Leftrightarrow (3x - 1)^2 - (x - 5)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (2x + 4)(4x - 6) \geq 0</math></p> <p>В итоге: <math>x \geq \frac{3}{2}</math>.</p> <p>При этом условии оба графика строятся очень легко и пересекаются в одной точке при <math>x = 2</math>.</p> <p><b>Ответ: 2</b></p>	

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 11	Вариант: 4
----------------------------------	-----------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	На неподвижной платформе установлено орудие, из которого дважды стреляют вдоль рельс в горизонтальном направлении. Определить модуль скорости платформы, если её общая масса вместе с орудием и снарядами равна 910 кг, масса снаряда — 10 кг, а скорость вылета снаряда относительно платформы — 819 м/с.	18,1	10
2	Давление газа в горизонтальной запаянной трубке, разделённой столбиком ртути массой 10 г на два объёма по 50 см <sup>3</sup> , равно 12 кПа. Найти в квадратных сантиметрах площадь сечения трубки, если при вертикальном положении трубки верхний объём газа больше нижнего объёма на 20 см <sup>3</sup> .	0,2	15
3	Вычислить: $\sin(2 \operatorname{arctg} 3)$ .	0,6	5
4	Решить систему: $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 12 \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases}$ .	$x = 2,$ $y = 1.$	5
5	Из точки $L$ к окружности проведены 2 касательные, длиной 6 см. Расстояние между точками касания 7,2 см. Найти длину окружности.	9π	15

В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;  
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**  
**11 класс, 4 вариант**

1	<p>Дано: <math>M = 910</math> (кг); <math>m = 10</math> (кг); <math>U = 819 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}}\right)</math>; <math>v_2 - ?</math></p> <p>Решени е: 1) 1-ый выстрел: <math>\vec{v}'_1</math> – скорость 1-ого снаряда относительно Земли. <math display="block">\vec{v}'_1 = \vec{v}_1 + \vec{U};</math> 3.С.И.: <math>\vec{P}_{\text{полн}} = \text{const}; (M - m) \vec{v}_1 + m(\vec{v}_1 + \vec{U}) = 0;</math> <math display="block">M\vec{v}_1 + m\vec{U} = 0;</math> (Ох): <math>Mv_1 - mU = 0; v_1 = \frac{mU}{M};</math></p> <p>2) 2-ой выстрел: <math>\vec{v}'_2</math> – скорость 2-ого снаряда относительно Земли. <math display="block">\vec{v}'_2 = \vec{v}_2 + \vec{U};</math> 3.С.И.: <math>(M - m) \vec{v}_1 = (M - 2m) \vec{v}_2 + m(\vec{v}_2 + \vec{U});</math> <math display="block">(M - m) \vec{v}_1 = (M - m) \vec{v}_2 + m\vec{U};</math> (Ох): <math>(M - m) v_1 = (M - m) v_2 - mU;</math> <math display="block">v_2 = v_1 + \frac{mU}{M - m} = \frac{mU}{M} + \frac{mU}{M - m} = 18.1 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}}\right)</math></p> <p>Ответ: <math display="block">v_2 = 18.1 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}}\right)</math></p>	
2	<p>Дано: <math>m_{\text{рт}} = 10</math> (г) = <math>10^{-2}</math> (кг); <math>V = 50</math> (см<sup>3</sup>) = <math>5 \cdot 10^{-5}</math> (м<sup>3</sup>); <math>P = 12</math> (кПа) = <math>12 \cdot 10^3</math> (Па); <math>V'_1 - V'_2 = 20</math> (см<sup>3</sup>) = <math>2 \cdot 10^{-5}</math> (м<sup>3</sup>); <math>S - ?</math></p> <p>Решени е: <math display="block">\begin{cases} V'_1 + V'_2 = 2V = 10 \cdot 10^{-5} \text{ (м}^3\text{)} \\ V'_1 - V'_2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ (м}^3\text{)} \end{cases} \Rightarrow 2V'_1 = 12 \cdot 10^{-5} \text{ (м}^3\text{)};</math> <math display="block">V'_1 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ (м}^3\text{)}; V'_2 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ (м}^3\text{)};</math> <math display="block">T = \text{const} \Rightarrow PV = P'_1 V'_1;</math> <math display="block">PV = \text{const} \Rightarrow PV = P'_2 V'_2;</math> <math display="block">P = \frac{F}{S}; F = PS;</math> капля находится в равновесии: <math>\vec{F}_{\text{рез}} = 0;</math> <math display="block">P'_1 S + m_{\text{рт}} g = P'_2 S; m_{\text{рт}} g = (P'_2 - P'_1) S;</math> <math display="block">S = \frac{m_{\text{рт}} g}{P'_2 - P'_1}; P'_2 = \frac{PV}{V'_2}; P'_1 = \frac{PV}{V'_1};</math> <math display="block">S = \frac{m_{\text{рт}} g}{\frac{PV}{V'_2} - \frac{PV}{V'_1}} = 0.2 \text{ (см}^2\text{)}</math></p> <p>Ответ: <math display="block">S = 0.2 \text{ (см}^2\text{)}</math></p>	
3	<p>Решени е: Положим <math>x = \text{arctg } 3</math>. Тогда <math>\text{ctg } x = 3</math>. Далее, <math>\sin^2(2x) = 1 - (1 - 2\sin^2 x)^2</math>. Нетрудно проверить по определению котангенса, что</p>	

		$\sin^2 x = (\operatorname{ctg}^2 x + 1)^{-1} = (3^2 + 1)^{-1} = 0,1.$ <p>В итоге получаем: <math>\sin^2(2x) = 1 - (1 - 0,2)^2 = 0,6^2</math></p>	
	Ответ:	0.6	
4	Решение	<p>Поделим первое уравнение системы на второе:</p> $\begin{cases} 2^{x-y} \cdot 3^{y-x} = \frac{2}{3} \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^{x-y} = \frac{2}{3} \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases} =$ <p>Место для уравнения.</p> $\Rightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ 2^{x-1} \cdot 3^x = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ 6^x = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ <p>Ответ: <math>x = 2, y = 1.</math></p>	
5		<p>Обозначим через <math>K</math> одну из точек касания. Так как отрезок радиуса (длины <math>x</math>) к этой точке перпендикулярен касательной, то <math>\triangle OKL</math> прямоугольный.</p> <p>Воспользуемся простым соотношением между гипотенузой, высотой и катетами: <math>c \cdot h = a \cdot b</math> или <math>h = a \cdot b / c</math>.</p> $3,6 = \frac{6x}{\sqrt{x^2 + 6^2}}$ $3\sqrt{x^2 + 6^2} = 5x$ $9x^2 + 9 \cdot 36 = 25x^2$ $16x^2 = 9 \cdot 36$ $x = 4,5$ <p>Ответ: 9л</p>	

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова**

**Оборонно-техническая олимпиада  
2023-2024 гг.**

Этап: Второй (заключительный)	Направление: Техника и технологии	Класс: 11	Вариант: 5
----------------------------------	-----------------------------------	-----------	------------

№	Задача	Ответ	Балл
1	К плюсу батареи с ЭДС 16,8 В и сопротивлением 2,1 Ом подключены резисторы 1 Ом и 4 Ом, к минусу — 2 Ом и 3 Ом. Найти модуль разности потенциалов между точкой соединения резисторов 1 Ом и 2 Ом и точкой соединения резисторов 4 Ом и 3 Ом.	2	10
2	На какую высоту над Землёй надо поднять математический маятник, чтобы период его колебаний увеличился на 1%? Радиус Земли 6 400 км. Ответ дать в километрах.	64	15
3	Цену товара снизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 15%, и, получившуюся после второго снижения цену снизили еще на 10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?	На 38,8%.	5
4	Решить уравнение: $4 \cos(2p - 2x) + 6 \sin \frac{2p}{2} + x \ddot{+} 5 = 0$ .	$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ $x = \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k$ $k \in \mathbb{Z}$	5
5	При каких значениях параметра $a$ уравнение $2 \lg(x + 4) = \lg(ax)$ имеет единственный корень?	$a \in (-\infty; 0) \cup \{16\}$	15

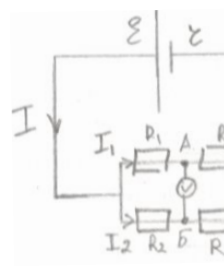
В графе «ответ» все полученные значения записываются в СИ, если не сказано иного;  
все дробные числа записываются в виде десятичной дроби.

**Константы**

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$	Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	Число «пи»	$\pi = 3,14$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$ $\pi^2 = 10$

**Решение**

**11 класс, 5 вариант**

1	<p>Дано: <math>\varepsilon = 16.8 \text{ (В)}; r = 2.1 \text{ (Ом)}; R_1 = 1 \text{ (Ом)}; R_2 = 4 \text{ (Ом)};</math>  <math>R_3 = 2 \text{ (Ом)}; R_4 = 3 \text{ (Ом)};  \Delta\varphi  - ?</math></p> <p>Решение:  <math>\Delta\varphi =  \varphi_A - \varphi_B ;</math>  <math>R_{13} = R_1 + R_3 = 3 \text{ (Ом)}; R_{24} = R_2 + R_4 = 7 \text{ (Ом)};</math>  <math>R_{\text{общ}} = \frac{R_{13}R_{24}}{R_{13} + R_{24}} = 2.1 \text{ (Ом)};</math>  <math>I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{общ}} + r} = 4 \text{ (А)}; I = I_1 + I_2; I = \frac{U}{R};</math>  <math>U_{13} = U_{24}; I_1R_{13} = I_2R_{24};</math>  <math>\begin{cases} 3I_1 = 7I_2 \\ I_1 + I_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 2.8 \text{ (А)} \\ I_2 = 1.2 \text{ (А)} \end{cases};</math>  <math>\Delta\varphi =  U_1 - U_2  =  I_1R_1 - I_2R_2  =  -2 ;  \Delta\varphi  = 2 \text{ (В)}</math></p> <p>Ответ:  <math> \Delta\varphi  = 2 \text{ (В)}</math></p>	
2	<p>Дано: <math>\frac{T_2 - T_1}{T_1} \cdot 100\% = 1\%; \Rightarrow \frac{T_2 - T_1}{T_1} = 0.01;</math>  <math>R_3 = 6400 \text{ (км)} = 6.4 \cdot 10^6 \text{ (м)}; h - ?</math></p> <p>Решение:  <math>\frac{T_2}{T_1} - 1 = 0.01; \frac{T_2}{T_1} = 1.01;</math>  <math>T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_0}}; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_h}};</math></p> <p><math>g_0</math> – ускорение свободного падения на поверхности Земли, <math>g_h</math> – ускорение свободного падения на высоте <math>h</math>.</p> $g_0 = G \frac{M_3}{R_3^2}; g_h = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2};$ $\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{l}{g_h}}}{2\pi \sqrt{\frac{l}{g_0}}} = \sqrt{\frac{g_0}{g_h}} = \sqrt{\frac{G \frac{M_3}{R_3^2}}{G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2}}} = 1 + \frac{h}{R_3} = 1.01 \Rightarrow$ $\frac{h}{R_3} = 0.01; h = 64 \text{ (км)}$ <p>Ответ:  <math>h = 64 \text{ (км)}</math></p>	
3	<p>Предположим, что <math>x</math> – исходная цена товара.</p> <p>Решение          Цена менялась в 3 этапа:          I <math>0,8x</math>          II <math>0,85 \cdot 0,8x = 0,68x</math>          III <math>0,9 \cdot 0,68x = 0,612x</math>          В итоге <math>x - 0,612x = 0,388x</math>  <b>Ответ: На 38,8%</b></p>	
4		

<p>Решение</p>	$4 \cos 2x - 6 \cos x + 5 = 0$ $4(2 \cos^2 x - 1) - 6 \cos x + 5 = 0. \quad \text{Положим } \cos x = t,  t  \leq 1.$ $8t^2 - 6t + 1 = 0$ $t_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{8} \quad \begin{cases} t = 1/2 \\ t = 1/4 \end{cases} \quad \left[ \begin{array}{l} x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x = \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k \end{array} \right], \quad k \in \mathbb{Z}$	
<p>Ответ:</p>	$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$ $x = \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k$	
<p>5</p>	<p>ОДЗ: <math>\begin{cases} a &gt; 0 \\ x &gt; 0 \\ a &lt; 0 \\ -4 &lt; x &lt; 0 \end{cases}</math></p> $(x+4)^2 = ax$ $x^2 + (8-a)x + 16 = 0 \quad (*)$ $D = (8-a)^2 - 64 = (a-16)a$ <p>Для существования хотя бы какого-нибудь решения возможны 2 варианта.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>D = 0</math>.  <math>a \neq 0</math> по ОДЗ.  <math>a = 16 \Rightarrow x = 4 \in \text{ОДЗ}</math>.</li> <li><math>D &gt; 0</math>, то есть <math>(a-16)a &gt; 0</math>. Этот случай тоже распадается на два: <ol style="list-style-type: none"> <li><math>a &gt; 16</math>. Уравнение всегда имеет два корня, и оба положительные.</li> <li><math>a &lt; 0</math>.</li> </ol> <p>Левая часть уравнения (*) задает параболу, ветви которой направлены вверх. Проверим значения этой функции на концах промежутка возможных значений <math>x</math> по ОДЗ: <math>-4 &lt; x &lt; 0</math>:</p> <math display="block">f(x) = x^2 + (8-a)x + 16</math> <math display="block">f(0) = 16 &gt; 0</math> <math display="block">f(-4) = 16 - (8-a) \cdot 4 + 16 &lt; 0.</math> <p>Теперь ясно, что функция <math>f</math> имеет ровно один корень при <math>a &lt; 0</math>.</p> </li> </ol> <p>В итоге, один корень исходного уравнения будет при <math>a = 16</math> и при <math>a &lt; 0</math>.</p> <p><b>Ответ:</b> <math>a \in (-\infty; 0) \cup \{16\}</math></p>	